

Estrategias para el control de flujo de potencia en vehículos híbridos

Guillermo Becerra¹, Alfonso Pantoja-Vazquez², Luis Alvarez-Icaza³
Instituto de Ingeniería - Universidad Nacional Autónoma de México
Coyoacán D. F. 04510, México

Resumen—Se propone una estrategia óptima para la administración del flujo de potencia en vehículos eléctricos híbridos (VEH) basada en el principio del mínimo de Pontryagin (PMP). La estrategia distribuye la potencia entre la máquina eléctrica (ME) y el motor de combustión interna (MCI) con el objetivo de cubrir la demanda de potencia del usuario, ahorrar combustible y preservar el estado de carga de las baterías. La estrategia utiliza una configuración paralela para el VEH con un sistema de engranes planetarios como medio de acoplamiento de las fuentes de potencia. El objetivo del trabajo es comparar la estrategia óptima con otra denominada SEP (Becerra *et al.*, 2012), de menor carga computacional que la basada en el PMP, y mostrar que esta última corresponde con la solución de la estrategia óptima para una elección apropiada de sus factores de ponderación. Ambas estrategias fueron simuladas en SIMULINK de MATLAB para el mismo ciclo de manejo y los mismos elementos dinámicos, encontrándose la equivalencia entre ambas estrategias.

Palabras clave: Control de flujo de potencia, principio del mínimo de Pontryagin, Vehículos eléctricos híbridos, ahorro de energía, ciclos de manejo, máquina eléctrica, motor de combustión interna.

I. INTRODUCCIÓN

Los vehículos híbridos ofrecen un compromiso adecuado entre ahorro en consumo de combustible y autonomía. El control óptimo para la distribución de potencia en vehículos eléctricos híbridos (VEH) es un tema de interés actual, ya que ayuda a mejorar su diseño y reducir con ello el consumo de combustible y las emisiones contaminantes.

El problema de la distribución de potencia en VEH se puede abordar con distintas estrategias. Las basadas en reglas pueden usar heurística, lógica difusa, redes neuronales, etc. Por ejemplo, (Xiong *et al.*, 2009) propone un control por lógica difusa para el manejo de energía en un vehículo de configuración serie-paralelo; (Tzeng *et al.*, 2005) aplica un control por lógica difusa a un vehículo híbrido de configuración paralela y con una transmisión variable continua (CVT) de poleas y bandas; en (Chau *et al.*, 2003) se desarrolla una estrategia de administración de potencia basada en reglas para un vehículo híbrido de configuración paralela.

Mediante control óptimo se resuelve el problema con diferentes técnicas. La alternativa más común es usar programación dinámica (PD), que normalmente minimiza una función del consumo de combustible. Debido a la complejidad computacional de su implementación, las soluciones de PD generalmente se usan como base para comparar el desempeño de otras estrategias no óptimas. En (Johannesson

y Egardt, 2008) se presenta una distribución de potencia mediante PD para un vehículo híbrido de configuración paralela. En (Koot *et al.*, 2005) se comparan las estrategias de PD y programación cuadrática que minimizan una función del consumo de combustible y de las emisiones contaminantes. Otro enfoque óptimo para solucionar el problema de distribución del flujo de potencia en VEH es la Estrategia de Minimización de Consumo Equivalente (ECMS) (Sciarretta *et al.*, 2004) que minimiza el consumo de combustible e introduce un factor de equivalencia entre combustible y energía eléctrica almacenada en las baterías. En (Delprat *et al.*, 2004) se propone una estrategia para el manejo de la energía en propulsión híbrida paralela mediante el uso de los operadores de Lagrange. En (Musardo *et al.*, 2005) se propone una versión adaptable para la estrategia ECMS que ajusta los factores de equivalencia de combustible y los parámetros de control de acuerdo a las condiciones de manejo, al que se puede añadir información externa con un Sistema de Posicionamiento Global (GPS).

Por el lado, también del control óptimo, (Kim *et al.*, 2011) reportan una estrategia para vehículo híbrido de configuración paralela, mediante el principio del mínimo de Pontryagin. Comparan la estrategia con programación dinámica y con la ECMS. Las tres incluyen únicamente dinámica en estado de carga, *soc*.

En (Zou *et al.*, 2013), de manera similar al trabajo anterior, se compara la estrategia del principio del mínimo de Pontryagin (PMP) con programación dinámica y se hace notar que el tiempo de simulación es significativamente menor en PMP que en PD. En la función objetivo solo incluyen el estado de carga y el flujo de combustible.

Al evaluar las estrategias de control óptimo, no se cuida iniciar y terminar el ciclo de manejo con el mismo *soc*. La diferencia se ajusta mediante un factor similar a ECMS que considera el equivalente entre energía eléctrica y consumo de combustible, al emplear el MCI con la máxima eficiencia. En este trabajo solo se presentan simulaciones para las que el *soc* inicial y final son iguales, pues de esta forma se obtiene el consumo neto de combustible en el ciclo de manejo.

En este artículo se presenta una estrategia basada en el principio del mínimo de Pontryagin (PMP) que distribuye la potencia de forma óptima entre la ME y el MCI. También se le compara con otra estrategia inspirada en control óptimo, denominada estrategia SEP (Becerra *et al.*, 2011)-(Becerra *et al.*, 2012), para mostrar que esta última corresponde a una solución del PMP con la selección apropiada de los factores de ponderación.

Existen dos diferencias entre la estrategia basada en el PMP presentada en este trabajo y las otras mencionadas arriba.

¹guillermobec@gmail.com

²apantojav@iingen.unam.mx

³alvar@pumas.iingen.unam.mx

La primera es que no solo se usa el *soc* en la función de costo, sino que además se emplean en esta el error entre potencia demandada y suministrada y el flujo de combustible. La segunda es que se adiciona también a la función de costo un término que garantiza que el *soc* al final del ciclo de manejo coincide con el que tenían al iniciarlo.

El resto del trabajo está organizado como sigue. En la sección 2 se presenta el modelo empleado para los subsistemas del vehículo, en la sección 3 se describen las estrategias para distribuir el flujo de potencia. En la sección 4 se presentan los resultados de las simulaciones y en la sección 5 las conclusiones del trabajo.

II. MODELADO DEL VEH

Se utiliza un MCI y una ME acoplados mediante un sistema de engranes planetarios para formar la configuración paralela que se muestra en la Fig. 1. El MCI recibe energía química del tanque de combustible y la máquina eléctrica envía y recibe energía del banco de baterías.

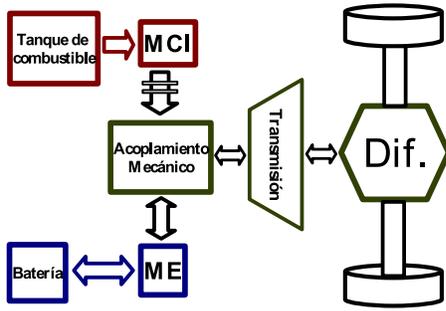


Figura 1. Configuración Paralela

II-A. Modelo del motor de combustión interna

El modelo del MCI es tomado de (Outbib *et al.*, 2002) que considera la eficiencia η_{mci} , la potencia de entrada P_{ent} y la potencia de salida P_{sal} . Esta última depende principalmente del par y velocidad a la que opera el MCI. Las ecuaciones del modelo son:

$$\begin{aligned} \eta_{mci} &= \frac{P_{ent}}{P_{mci}} = \frac{\dot{m}_{f_{mci}} p_{th}}{T_{mci} \omega_{mci}} \\ \dot{m}_{f_{mci}} &= \frac{\eta_{mci} P_{mci}}{p_{th}} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{d\omega_{mci}}{dt} = c_1 \frac{\dot{m}_f}{\omega_{mci}} + c_2 p_a + c_3 \frac{p_a^2 \omega_{mci}}{\dot{m}_f} - c_4 \frac{1}{\omega_{mci}} (P_b)$$

donde, $\dot{m}_{f_{mci}}$ el flujo de combustible, p_{th} el poder calórico del combustible (43,000), T_{mci} el par, ω_{mci} la velocidad, c_i son constantes descritas en (Outbib *et al.*, 2002), p_a es la presión en el múltiple de admisión y P_b es la potencia de carga del MCI respectivamente.

II-B. Modelo de la batería

En los VEH, la batería se usa como fuente de almacenamiento de energía que ayuda a economizar combustible y reducir las emisiones. El estado de carga de las baterías (*soc*) CNCA 2013, Ensenada B.C. Octubre 16-18

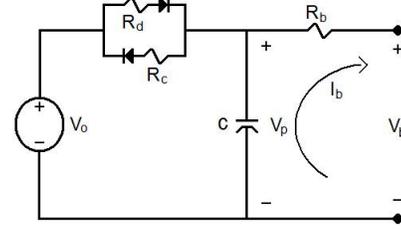


Figura 2. circuito de la batería

(Chiasson y Vairamohan, 2005) se obtiene de

$$\begin{aligned} soc(t) &= \frac{Q_0 - \int_{t_0}^t I_b(\tau) d\tau}{Q_t} \times 100 \quad (2) \\ \dot{soc}(t) &= -\frac{P_b}{V_b Q_t} \end{aligned}$$

donde Q_0 es la carga inicial, I_b la corriente, Q_t la carga que puede almacenar, $P_b(t)$ la potencia y V_b el voltaje. En la Fig. 2, se muestra el circuito equivalente, con resistencia de carga R_c y de descarga R_d , V_0 es el voltaje de circuito abierto, V_p el voltaje del capacitor, R_b la resistencia en terminales, I_b la corriente de carga o descarga de batería.

II-C. Modelo de la máquina eléctrica

La ME es un motor de inducción que opera como motor o generador. Cuando funciona como motor, extrae energía de la batería y el par de salida es para el sistema de tracción, en posible combinación con el MCI. Funcionando como generador, puede recuperar energía cinética en el frenado regenerativo, o tomar energía proveniente del MCI, para la recarga de baterías.

El modelo de la ME se tomó de (Peresada *et al.*, 2004). Por ahora solo interesa la relación entre la potencia mecánica de salida P_{me} y la potencia de la batería P_{bat} , dada por

$$P_{me} = \eta_{bm}(T_{me}, \omega_{me}) P_{bat} \quad (3)$$

donde a eficiencia η_{bm} considera el conjunto batería- motor, T_{me} es el par y ω_{me} la velocidad de la ME, respectivamente.

II-D. Sistema de engranes planetarios

El acoplamiento entre las fuentes de potencia y la tracción es un sistema de engranes planetarios (SEP). La Fig. 3 muestra un esquema de este dispositivo. El MCI es acoplado a través de un embrague-freno al engrane solar del SEP, la ME es conectada al engrane anular y las llantas son conectadas al porta planetas (Ambarisha y Parcker, 2007) y (Szumanowski *et al.*, 2005).

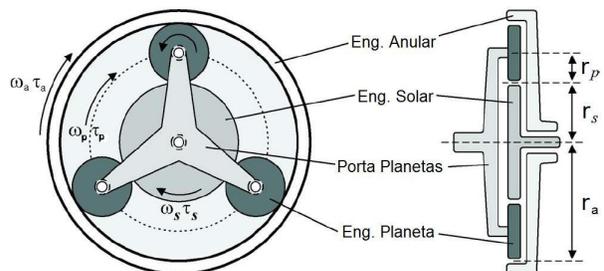


Figura 3. Sistema de engranes planetarios

Se define la relación de engranaje como $k = r_a/r_s$, donde r_a es el radio del engrane solar, r_s el radio del engrane anular. La velocidad angular en el SEP satisface

$$\omega_p = \frac{1}{(k+1)}\omega_s + \frac{k}{(k+1)}\omega_a \quad (4)$$

donde ω_p , ω_s y ω_a son las velocidades angulares del porta planetas, MCI y ME, respectivamente.

El balance de potencias en el SEP satisface

$$P_p = T_p\omega_p = P_{mci} + P_{me} \quad (5)$$

donde P_p es la potencia del porta-planetas, T_p el par del porta-planetas; P_{mci} y P_{me} son las potencias del MCI y de la ME, respectivamente. Las Ec. (4) y Ec. (5) son las restricciones dinámica y cinemática, respectivamente, que se deben satisfacer en todo tiempo por toda estrategias empleadas para el flujo de potencia del SEP.

II-E. Modelo del vehículo

El vehículo se considera como una masa en movimiento sometida a la fuerza de tracción $F_{tr}(t)$, a la que se oponen la fuerza de resistencia aerodinámica $F_a(t)$, la de resistencia al rodamiento $F_r(t)$, y la gravitacional $F_g(t)$ que incluye la inclinación de la carretera. De (Xiong *et al.*, 2009), (Kessels *et al.*, 2008) estas son:

$$\begin{aligned} F_a(t) &= 0.5\rho_a v(t)^2 C_d A_d \\ F_r(t) &= mgC_r \cos \gamma(t) \\ F_g(t) &= mg \sin \gamma(t) \end{aligned} \quad (6)$$

donde ρ_a es la densidad del aire, $v(t)$ la velocidad del vehículo, C_d el coeficiente de resistencia aerodinámica, A_d el área frontal del vehículo, m la masa del vehículo, g la constante de aceleración por gravedad, C_r el coeficiente de resistencia al rodamiento del neumático y γ la pendiente de la carretera.

La dinámica del vehículo es evaluada mediante

$$m \frac{dv(t)}{dt} = F_{tr} - F_a(t) - F_r(t) - F_g(t) \quad (7)$$

III. ESTRATEGIAS PARA CONTROL DE FLUJO DE POTENCIA

III-A. Estrategia óptima PMP

Se basa en el principio del mínimo de Pontryagin (Kirk, 2004). El problema a solucionar es encontrar un control admisible $u^* \in U$ que produzca en el sistema

$$\dot{x}(t) = a(x(t), u(t), t) \quad (8)$$

una trayectoria admisible $x^* \in X$ que minimice el índice de desempeño

$$J(u) = h(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), u(t), t) dt \quad (9)$$

donde x es el vector de estados, u el vector entradas, h y g funciones suaves.

El Hamiltoniano es

$$H = g(x(t), u(t), t) + p^T [a(x(t), u(t), t)] \quad (10)$$

que toma en cuenta las restricciones $a(x(t), u(t), t)$ del sistema mediante los coestados p .

Las condiciones necesarias para obtener el control óptimo u^* son

$$\begin{aligned} \dot{x}^* &= \frac{\partial H}{\partial p}(x^*(t), u^*(t), p^*(t), t) \\ \dot{p}^* &= -\frac{\partial H}{\partial x}(x^*(t), u^*(t), p^*(t), t) \\ 0 &= \frac{\partial H}{\partial u}(x^*(t), u^*(t), p^*(t), t) \end{aligned} \quad (11)$$

Se propone el estado en términos de los errores entre potencia demandada P_d y suministrada P_p , $e_{P_p} = P_p - P_d$, estado de carga y su referencia, $e_{soc} = soc - soc_{ref}$ y flujo de combustible (Ec. (1)) y su referencia $e_{m_f} = m_f - m_{f_{ref}}$. Las entradas son la potencia de la batería y del MCI $u^T = [P_{bat} \ P_{mci}]$. De Ec. (5), Ec. (2) y Ec. (1)

$$\begin{aligned} e_{P_p} &= \eta_{me} P_{bat} + P_{mci} - P_d \\ \dot{e}_{soc} &= -\frac{1}{V_{bat} Q_{nom}} P_{bat} - \dot{soc}_{ref} \\ \dot{e}_{m_f} &= \frac{\eta_{mci} P_{mci}}{p_{th}} - \dot{m}_{f_{ref}} \end{aligned} \quad (12)$$

Se pretende minimizar el objetivo siguiente

$$\min J = \int e^T G_1 e + u^T G_2 u \ dt \quad (13)$$

con $e = [e_{P_p}, e_{soc}, e_{m_f}]^T$ y G_1, G_2 parámetros de peso, El Hamiltoniano se puede expresar como

$$\mathbf{H} = e^T G_1 e + u^T G_2 u + p^T [a(e, u, t)] \quad (14)$$

Las condiciones necesarias para encontrar el control admisible óptimo $u^* \in U$, obtener la trayectoria admisible $e^* \in X$ y minimizar el objetivo planteado son

$$\begin{aligned} e_{P_p}^* &= \eta_{me} u_1^* + u_2^* - P_d \\ \dot{e}_{soc}^* &= -\frac{1}{V_{bat} Q_{nom}} u_1^* \\ \dot{e}_{m_f}^* &= \frac{\eta_{mci}}{p_{th}} u_2^* \end{aligned} \quad (15)$$

donde $u_1^* = P_{bat}$, $u_2^* = P_{mci}$, las derivadas de las referencia para soc y m_f se anulan pues estas son constantes.

Para los coestados, el sistema de ecuaciones queda

$$\begin{aligned} \dot{p}_1^* &= g_{11} e_{P_p}^* \\ \dot{p}_2^* &= g_{12} e_{soc}^* \\ \dot{p}_3^* &= g_{13} e_{m_f}^* \end{aligned} \quad (16)$$

Para encontrar las entradas, las restricciones son

$$\begin{aligned} 0 &= g_{21} u_1^* + p_1^* \eta_{me} - p_2^* \frac{1}{V_{bat} Q_{nom}} \\ 0 &= g_{22} u_2^* + p_1^* + p_3^* \frac{1}{\eta_{mci} p_{th}} \end{aligned} \quad (17)$$

Con lo anterior, se obtienen las siguientes ecuaciones

simultáneas, tres por los estados y tres por los coestados,

$$\begin{aligned}
e_1^* &= \eta_{me} u_1^*(p_1, p_2) + u_2^*(p_1, p_3) - P_d \\
\dot{e}_2^* &= -\frac{1}{V_{bat} Q_{nom}} u_1^*(p_1, p_2) \\
\dot{e}_3^* &= \frac{1}{\eta_{mci} P_{th}} u_2^*(p_1, p_3) \\
\dot{p}_1^* &= g_{11} e_1^* \\
\dot{p}_2^* &= g_{12} e_2^* \\
\dot{p}_3^* &= g_{13} e_3^*
\end{aligned} \quad (18)$$

El sistema de Ecs. (18) distribuye la potencia entre las fuentes ME y MCI de forma óptima de acuerdo a los parámetros elegidos en la función objetivo.

III-B. Estrategia SEP

La estrategia SEP se presentó en (Becerra y Alvarez-Icaza, 2010). Una versión mejorada se encuentra en (Becerra *et al.*, 2011) y una comparación con otra estrategia basada en reglas para VEH en (Becerra *et al.*, 2012). Es una estrategia heurística inspirada en control óptimo, desarrollada con base en las siguientes observaciones:

1. El requerimiento más importante en el control del flujo de potencia del VEH es la necesidad de satisfacer la demanda de potencia del conductor.
2. Todas las soluciones óptimas del control de flujo de potencia deben preservar, en promedio sobre un periodo de tiempo suficientemente largo, el estado de carga de las baterías, .
3. Para minimizar el consumo de combustible, el MCI debe operar en regiones de alta eficiencia.

La observación 2, clave en la estrategia SEP, señala que todas las soluciones óptimas basadas en ciclos de manejo deben preservar el estado inicial de carga de las baterías al final del ciclo de manejo, de lo contrario el vehículo no puede sostener repeticiones del mismo ciclo. Una observación similar se hace en (Musardo *et al.*, 2005) al discutir la sintonización del A-ECMS. La observación 3 es también mencionada en (John. M. Miller, 2006) o (Ehsani *et al.*, 2007) y es la razón principal por la que los VEH son más eficientes que los vehículos convencionales. Para el caso de potencia positiva $P_p > 0$ en (Becerra *et al.*, 2011) se propone la siguiente función de costo para mantener el *soc* alrededor de su referencia

$$J_1 = \min \left(- \int_0^{T_c} (\text{sign}(P_p) \text{sign}(soc - soc_{ref})) P_{me} dt \right) \quad (19)$$

donde T_c es la duración del ciclo de manejo Para el caso de frenado, $P_p < 0$, el criterio empleado es

$$J_2 = \max \int_0^{T_c} (\text{sign}(P_p)) P_{me} dt \quad (20)$$

El problema de control consiste en distribuir la potencia en el SEP entre las dos fuentes de potencia con el objetivo de economizar combustible. Este problema tiene múltiples soluciones, ya que la combinación de par y velocidad en cada fuente de potencia puede ser arbitraria mientras se obtenga la potencia demandada y se cumplan las ecuaciones (4) y (5). Para su solución se emplean dos principios para reducir el CNCA 2013, Ensenada B.C. Octubre 16-18

consumo de combustible: usar la ME tanto como sea posible y operar el MCI en la máxima eficiencia posible.

El valor de las Ecs. (19)-(20) es maximizado con $P_{me} = \min \{ \text{sign}(P_p) P_p, \text{sign}(P_p) P_{me}^{max} \}$, con P_{me}^{max} la potencia máxima de la ME, que corresponde con una estrategia *bang-bang* (Kirk, 2004). Para evitar el cambio brusco inducido por $\text{sign}(P_p)$, se usa una función suave del *soc*. De esta forma

$$P_{me} = P_{me}(soc) = \alpha_i(soc) P_{me}^{max} \quad (21)$$

donde el subíndice i en la Ec. (21) es 1 cuando $P_p \geq 0$ y 2 cuando $P_p < 0$, $\alpha_i \in [-1, 1]$

Si se asumen conocidas P_p y ω_p , la solución propuesta al problema de control de flujo de potencia inicia al sustituir la Ec. (21) en la Ec. (5), esto es

$$P_p = \alpha_i P_{me}^{max} + P_{mci} \quad (22)$$

Si α_1 es positiva la ME opera como motor, de lo contrario opera como generador. Cuando $P_p < 0$, $\alpha_2 \in [0, 1]$, el frenado regenerativo es posible y la ME puede funcionar solo como generador. El valor de $\alpha_i \in [-1, 1]$ depende del valor de referencia soc_{ref} , ver el ejemplo en la Fig. 4. La forma de $\alpha_i(soc)$ determina que tanta potencia eléctrica es tomada o entregada en un punto dado. Una posible forma para $\alpha_i(soc)$ es

$$\alpha_1 = \tanh(A_1(soc - soc_{ref})) \quad P_p \geq 0 \quad (23)$$

$$\alpha_2 = 0.5 - 0.5(\tanh(A_2(soc - soc_{full}))) \quad P_p < 0 \quad (24)$$

donde A_1, A_2 son constantes apropiadas y soc_{full} es un valor de referencia para evitar la sobrecarga de las baterías. Con α_i ,

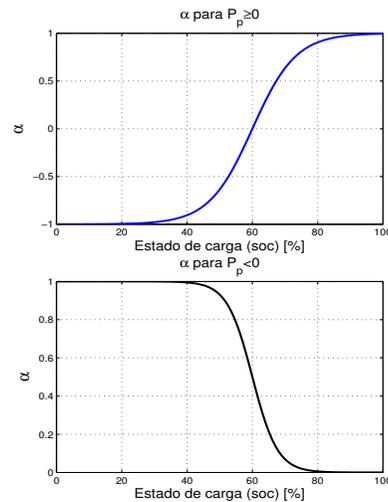


Figura 4. α para $P_p \geq 0$ y para $P_p < 0$

se fija la potencia eléctrica en la Ec. (5). P_{mci} se determina como sigue

$$P_{mci} = \min(P_p - P_{me}, P_{mci}^{max}); \quad P_p \geq 0$$

que garantiza que el MCI provee potencia únicamente hasta su máxima capacidad.

Para el caso de frenado regenerativo, $P_p < 0$, el generador tiene un límite para recuperar potencia y de esta forma

$$P_{Freno} = \max \{ 0, P_p - \alpha_2 P_{me}^{max} \}$$

donde P_{Freno} es la potencia disipada por los frenos de fricción.

III-C. Asignación de par y velocidad

Dada P_{mci} , la velocidad angular a la cual el MCI debe operar, ω_{mci} , es obtenida mediante la interpolación entre las curvas de más alta eficiencia para la potencia requerida. La Fig. 5 muestra la curva de eficiencia máxima en función de la velocidad para el MCI usado en las simulaciones.

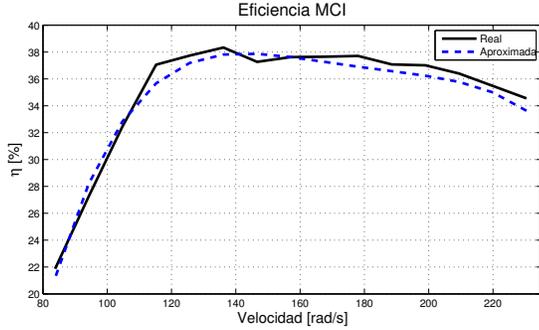


Figura 5. Curva de eficiencia del MCI diésel

Una vez que ω_{mci} es obtenida de la más alta eficiencia posible para esa potencia, el par requerido en el MCI es obtenido de

$$T_{mci} = \frac{P_{mci}}{\omega_{mci}} \quad \text{para } \omega > 0 \quad (25)$$

$$T_{mci} = 0 \quad \text{para } \omega = 0$$

El paso final es determinar la velocidad angular y par de la ME. De Ec. (4) ω_{me} es

$$\omega_{me} = \frac{(k+1)}{k} \left(\omega_p - \frac{1}{(k+1)} \omega_{mci} \right) \quad (26)$$

El par T_{me} es obtenido de forma similar a T_{mci} . En el caso del frenado regenerativo, $P_p < 0$ y $P_{mci} = 0$ y la recuperación de potencia eléctrica se obtiene directamente.

IV. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Para la simulación se emplea el software SIMULINK de MATLAB. El motor de combustión interna es uno Diésel de 205 KW con eficiencia máxima es 44% y masa de 861 Kg. La máquina eléctrica es de CA, 93 KW, 91 Kg y 92% de eficiencia máxima. Se emplea un banco de baterías de iones de litio, de 25 Ah a 288 V y una masa de 96 Kg. Además de la masa de los componentes se considera que la masa total del vehículo es de 15,000Kg, equivalente a la de un autobús urbano.

Para comparar las estrategias PMP y SEP, se usan ciclos de manejo. Un ejemplo de los resultados para ciclos de velocidad media y alta en la ciudad de México se muestra en la Fig. 6, donde se observa que ambas estrategias cumplen el primer requerimiento de satisfacer la demanda del operador.

En la Figs. 7 se muestra la dinámica del estado de carga para la estrategias SEP (línea continua) y PMP (línea segmentada) para ambos ciclos de manejo. Puede notarse que el estado de carga de las baterías es similar para las ambas estrategias, lo que confirma la hipótesis de que la estrategia SEP corresponde con las solución de un problema óptimo, en este caso mediante el PMP. La dinámica de las potencias del MCI y ME para el ciclo de velocidad alta se presenta en CNCA 2013, Ensenada B.C. Octubre 16-18

la Fig. 8. Puede observarse que las potencias calculadas son muy similares para ambas estrategias.

Finalmente, la Tabla I compara el consumo de combustible de las estrategias SEP y PMP en los dos ciclos de manejo con el consumo de combustible de un vehículo convencional. El ahorro de combustible es notable y las diferencias entre la estrategia SEP y PMP muy pequeñas.

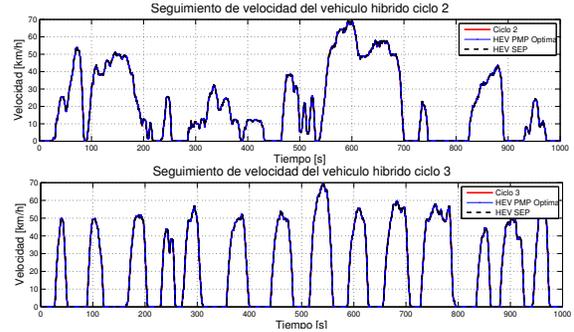


Figura 6. Ciclo de manejo, velocidad media y alta, México, D. F. (MX2 y MX3)

V. CONCLUSIONES

Se compararon dos estrategias para la distribución de potencia en vehículos eléctricos híbridos, la primera basada en el principio del mínimo de Pontryagin y la segunda inspirada en la teoría de control óptimo, de formulación más simple. Los resultados de las simulaciones indican que ambas estrategias son equivalentes, es decir la segunda estrategia es óptima para una pondera apropiada en la función de costo que privilegia el seguimiento del estado de carga de las baterías. El seguimiento de los ciclos de manejo y la preservación del *soc* es alcanzado correctamente por ambas estrategias. Los ahorros de combustible entre la estrategia basada en el principio del mínimo de Pontryagin y el obtenido con la estrategia SEP son muy similares. Se concluye que es posible utilizar con certeza de optimalidad la estrategia SEP, cuya implementación requiere de menos información, también que la solución al problema de flujo de potencia por el PMP es una solución factible a pesar de su mayor costo computacional.

TABLA I
DESEMPEÑO DE ESTRATEGIAS

Estrategia	Ciclo	Consumo (kg)	Consumo (%)
Convencional	MX 3	17.36	100
Optima	MX 3	10.36	59.68
SEP	MX 3	10.5	60.48
Convencional	MX 2	10.13	100
Optima	MX 2	7.976	78.74
SEP	MX 2	8.029	79.26

VI. AGRADECIMIENTOS

Trabajo realizado bajo el patrocinio de proyectos UNAM-PAPIT IN105512 y CONACYT 103640

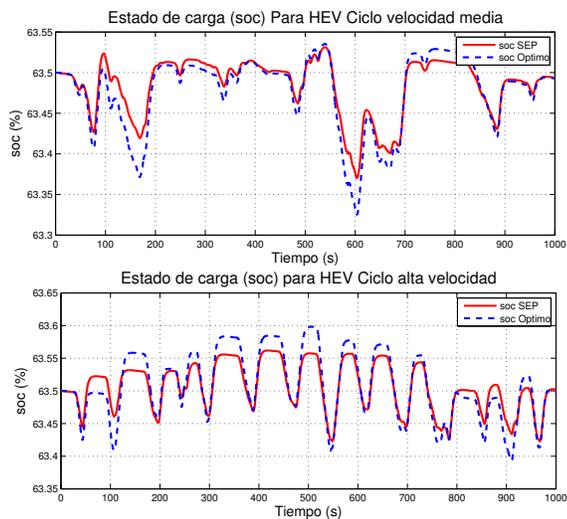


Figura 7. soc para estrategia SEP y óptima

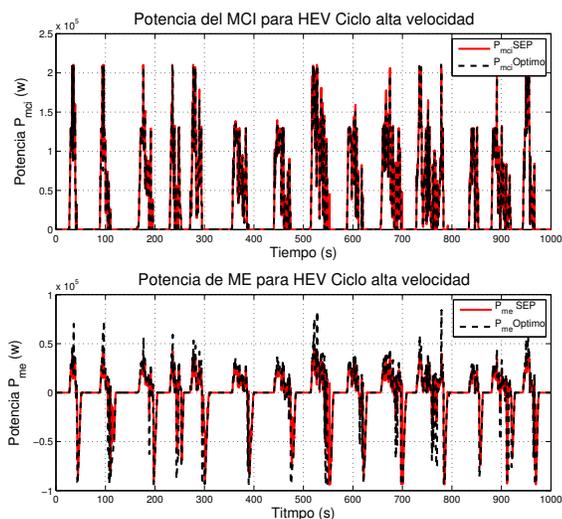


Figura 8. Comparación de potencia del MCI y ME, velocidad alta MX3

REFERENCIAS

Ambarisha, Vijaya Kumar y Robert. G. Parcker (2007). Nonlinear dynamics of planetary gears using analytical and finite element models. *Journal of sound and vibration* **302**, 577–595.

Becerra, Guillermo, Alfonso Pantoja-Vazquez y Luis Alvarez-Icaza (2012). Comparación de estrategias para flujo de potencia en vehículos híbridos. En: *Asociación de México de Control Automático A. C. (AMCA 2012)*. Ciudad del Carmen, Campeche, México.. pp.–.

Becerra, Guillermo, Jose Luis Mendoza-Zoto y Luis Alvarez-Icaza (2011). Power flow control in hybrid electric vehicles. En: *Proceedings of the ASME 2011 Dynamic Systems and Control Conference (DSCC 2011)*. Arlington, VA, USA.. pp. DSCC2011–6062.

Becerra, Guillermo y Luis Alvarez-Icaza (2010). Modelado y control del acoplamiento de fuentes de potencia en vehículos híbridos. En: *Reunión de Otoño de Potencia, Electrónica y Computación (ROPEC 2010)*. Manzanillo, Colima, México.. pp. 29–35.

Chau, Chan-Chiao., Peng Huei, J. W. Grizzle y Jun-Mo Kang (2003). Power management strategy for parallel hybrid electric truck. *Control Systems Technology*, *IEEE* **11**, 839–849.

Chiasson, John y Baskar Vairamohan (2005). Estimating the State of Charge of a Battery. En: *Control Systems Technology*. Vol. 13. pp. 465–470.

Delprat, S., J. Lauber, T. M. Guerra y J. Rimaux (2004). Control of a Parallel Hybrid Powertrain: Optimal Control. *IEEE Transactions on Vehicular Technology* **53**, 872–881.

Ehsani, M., Y. Gao y J. M. Miller (2007). Hybrid Electric Vehicles: Architecture and Motor Drives. *Proceedings of the IEEE* **95**, 719–728.

Johannesson, Lars y Bo Egardt (2008). Approximate dynamic programming applied to parallel hybrid powertrains. En: *Proceedings of the 17th World Congress, IFAC*. Seoul, Korea.. pp. 3374–3379.

John. M. Miller (2006). Hybrid Electric Vehicle Propulsion System Architectures of the e-CVT Type. *IEEE Transactions on Power Electronics* **21**, 756–767.

Kessels, J. T. B. A., W. T. Koot, P. P. J. van den Bosch y D. B. Kok (2008). Online Energy Management for Hybrid Electric Vehicles. *IEEE Transactions on Vehicular Technology* **57**, 3428–3440.

Kim, Namwook, Sukwon Cha y Huei Peng (2011). Optimal control of hybrid electric vehicles based on pontryagin's principle. *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY* **19**, 1279–1287.

Kirk, Donald E. (2004). *Optimal Control Theory An Introduction*. first ed. Dover Publications. Mineola, New York.

Koot, M., J. T. B. A. Kessels, B. de Jager, W. P. M. H. Heemels, P. P. J. van den Bosch y M. Steinbuch (2005). Energy Management Strategies for Vehicular Electric Power Systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology* **54**, 771–782.

Musardo, C., G. Rizzoni y B. Sataccia (2005). A-ECMS: An Adaptive Algorithm for Hybrid Electric Vehicle Energy Management. En: *44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference*. Seville, Spain.. pp. 1816–1823.

Outbib, R., X. Dovifaa, A. Rachid y M. Ouladsine (2002). Speed control of a diesel engine: a nonlinear approach. En: *American Control Conference*. Anchorage, Alaska, USA.. pp. 3293–3294.

Peresada, S., A. Tili y A. Tonielli (2004). Power control of a doubly fed induction machine via output feedback. *Control Engineering Practice* **12**, 41–57.

Sciarretta, A., M. Back y L. Guzzella (2004). Optimal control of parallel hybrid electric vehicles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **12**, 352–363.

Szumanowski, Antoni, Chang Yuhua y Piotr Piórkowski (2005). Analysis of Different Control Strategies and Operating Modes of Compact Hybrid Planetary Transmission Drive. *Vehicle Power and Propulsion* **7**, 673–680.

Tzeng, S., K. D. Huang y C. C. Chen (2005). Optimization of the dual energy-integration mechanism in a parallel-type hybrid vehicle. *Applied Energy* **80**, 225–245.

Xiong, W., Y. Zhang y C. Yin (2009). Optimal Energy Management for a Series-Parallel Hybrid Electric Bus. *Energy conversion and management* **50**, 1730–1738.

Zou, Yuan, Liu Teng, Sun Fengchun y Huei Peng (2013). Comparative study of dynamic programming and pontryagin's minimum principle on energy management for a parallel hybrid electric vehicle. *Energies* **6**, 2305–2318.