Diseño y Construcción de una Mesa de Trabajo XY0 basada en un Mecanismo Paralelo Planar 3RRR

R. Yañez Valdez*, M. Ruiz Torres, E. Morales Sánchez, E. Castillo Castañeda CICATA-IPN Unidad Querétaro. Cerro Blanco #141. CP. 76090. Querétaro, Qro. México. *email: <u>ryanezv@ipn.mx</u>, <u>emoraless@ipn.mx</u>

Resumen

Se presenta el diseño y construcción de una mesa de trabajo XY θ empleando un mecanismo paralelo planar de tres grados de libertad tipo 3<u>R</u>RR. El análisis cinemático es estudiado con el propósito de determinar para cada postura el espacio de trabajo, las configuraciones singulares y la resolución que puede alcanzar empleando micropasos. Se presenta el diseño conceptual, simulación y las características generales de su construcción.

Palabras Clave: Configuraciones singulares, Espacio de trabajo, Manipulador Paralelo Planar, Resolución.

Abstract

The design and construction of an XY θ work table is presented using a parallel planar mechanism, with three degrees of freedom, type 3<u>R</u>R. The cinematic analysis is studied with the aim of determining the work space, the singular configurations and the resolution that can be reached using micro-steps, for each posture. The conceptual design, simulation and the general characteristics for its construction are given.

Key Words: Planar Parallel Manipulator, Resolution, Singular configurations, Workspace.

I. Introducción

Cuando se tiene la necesidad de obtener desplazamientos lineales, ya sea en forma manual o mediante sistemas automáticos de posicionamiento, es frecuente el uso de mesas de desplazamiento lineal XYZ y/o XY θ . Este tipo de dispositivos presentan ligeras desventajas debido al arreglo en serie de los actuadores [1]. Para lograr tres grados de libertad (GDL)– dos de traslación (dirección *x y*) y uno de rotación (orientación θ)- la mesa inferior debe soportar su propia plataforma móvil más las dos mesas superiores, esto ocasiona que los errores de exactitud se acumulen [1]. Los mecanismos paralelos planares MPP, al contrario, ofrecen arquitecturas rígidas y pueden limitar la acumulación de errores [1]. Las características generales de un MPP son:

- Capacidad elevada de carga. El sistema al trabajar en paralelo permite que el esfuerzo no recaiga en un solo actuador sino que se distribuya por igual en todas las cadenas cinemáticas que lo constituyen.
- Plataforma móvil. La carga esta soportada por una base ligera y resistente.
- Alta capacidad de aceleración. Cada actuador, al no tener que soportar el peso de los demás, ejerce todo su par en acelerar la carga útil.
- Menor incertidumbre en el posicionamiento. Cada actuador es independiente de los demás, teniendo un error de imprecisión menor que un serial.
- Rigidez adecuada. La estructura de un manipulador paralelo forma una cadena cinemática cerrada entre la base fija y la móvil. La rigidez mejora o empeora dependiendo la forma en la que son conectados los eslabones.

De acuerdo a lo anterior, se diseñó y construyó un MPP 3<u>R</u>RR para ser utilizado como una mesa XY θ . Se propuso una arquitectura adecuada a la aplicación, se obtuvo la cinemática inversa y directa, el espacio de trabajo, el análisis de las configuraciones singulares, la resolución del mecanismo simulando el uso de motores a pasos, el diseño conceptual mas adecuado en base a un espacio de trabajo definido y se construyó el mecanismo.

1. Arquitectura de un MPP

Existen 21 arquitecturas en mecanismos de 3-GDL en total (Tabla 1) como resultado de la combinación entre juntas prismáticas (P) y rotoides (R). Sin embargo, tres de estas arquitecturas (marcadas con ∞) no producen 3-GdL ya que resulta un mecanismo de un solo grado de libertad controlable. Además, hay ocho pares de cadenas simétricas (marcadas con \approx), donde cada cadena resulta en dos mecanismos paralelos cinemáticamente equivalentes [2]. Por lo tanto, tenemos diez arquitecturas para examinar.

Tabla i Combinaciones posibles de Mir con juntas r y r.						
<u>R</u> RR	<u>R</u> PR	<u>R</u> PP∞	PRR	PRP	<u>P</u> PR	<u>R</u> RP
R <u>R</u> R	R <u>P</u> R	R <u>P</u> P	P <u>R</u> R	P <u>R</u> P∞	P <u>P</u> R≈	R <u>R</u> P≈
RR <u>R</u> ≈	RP <u>R</u> ≈	RP <u>P</u> ≈	PR <u>R</u> ≈	PR <u>P</u> ≈	PP <u>R</u> ∞	RR <u>P</u> ≈

 Tabla 1 Combinaciones posibles de MP con juntas P y R.

Al no interesar que junta es activa o pasiva se eliminan las repeticiones y se reduce a siete el número de arquitecturas a examinar. La arquitectura con cadenas PPP no es usada y no se incluye en la tabla 1 porque solo dos juntas prismáticas en una cadena son independientes [3]. Estas mismas combinaciones se representan en la figura 1, usando tres cadenas idénticas que conectan en paralelo la plataforma móvil a la fija.

Se eligió utilizar la cadena del tipo <u>R</u>RR (la primera activa y el resto pasivas) porque facilita su construcción mecánica, permite el uso de motores impulsores económicos, permite mayor rapidez y reduce el peso del equipo movible. De acuerdo a lo anterior,

proponemos utilizar un MPP con 3 cadenas del tipo RRR. A este mecanismo se le denomina MPP 3<u>R</u>RR.



Figura 1. Siete posibles combinaciones de cadenas conectadas en paralelo [3].

2. Cinemática inversa y directa del MPP 3<u>R</u>RR.

Un manipulador paralelo 3<u>R</u>RR consiste de una plataforma móvil y una base fija, conectadas por tres cadenas cinemáticas. Cada cadena tiene tres juntas cinemáticas de revolución (Figura 2). La junta de revolución, de par inferior [4], permite un grado de libertad.



Figura 2. Esquema del MPP 3RR.

2.1. Cinemática Inversa

La cinemática inversa procura determinar los valores de las coordenadas articulares $[\theta_1, \theta_2, \theta_3]$, conocida la localización de la plataforma móvil $[x, y, \phi]$. La ecuación general [5] es:

$$\theta_i = 2 \tan^{-1} \left[\frac{-e_1 \pm \sqrt{e_1^2 + e_2^2 - e_3^2}}{e_3 - e_2} \right] \qquad i = 1, 2, 3$$
(1)

Donde

 $e_{1} = -2y_{A}a_{1}$ $e_{2} = -2x_{A}a_{1}$ $e_{3} = x_{A}^{2} + y_{A}^{2} + a_{A}^{2} - b_{A}^{2}$

Existen dos soluciones para cada una de las θ_i y por lo tanto dos posturas para cada cadena. Cuando la ecuación general produce una doble raíz, los eslabones a_i y b_i están en una configuración completamente estirada o doblada. Cuando la misma ecuación no produce una raíz real, significa que la plataforma móvil no puede alcanzar una localización específica, es decir se encuentra fuera del espacio de trabajo. En general hay un total de ocho posibles posturas del manipulador cinemáticamente diferentes [2], correspondientes a una localización dada de la plataforma móvil.

2.2. Cinemática Directa

La cinemática directa permite determinar la localización de la plataforma móvil $[x, y, \phi]$, conocidas las coordenadas articulares $[\theta_1, \theta_2, \theta_3]$. Al manipular las ecuaciones que contienen parámetros geométricos del MP se encuentra un polinomio de octavo orden. Las raíces del polinomio corresponden a cada una de las ocho posibles configuraciones del manipulador.

3. Espacio de trabajo y configuraciones singulares

3.1. Determinación de posturas

La principal desventaja de un manipulador paralelo es su limitado espacio de trabajo comparado con los manipuladores seriales. Entendiendo este concepto como el conjunto de todas las posiciones y orientaciones que la plataforma móvil puede alcanzar.

Del análisis de la cinemática inversa se concluyó que existe un total de ocho posibles posturas del manipulador correspondientes a una localización dada de la plataforma móvil. Con el fin de analizar cada postura y comparar el espacio de trabajo se adoptaron las siguientes consideraciones:

- las longitudes de los eslabones son iguales,
- la rotación permitida por cada junta de revolución es de 360°,
- las plataformas móvil y fija suponen triángulos equiláteros.

La figura 3 muestra los ocho diferentes modos de trabajo que adopta el manipulador paralelo 3<u>R</u>RR.

3.2. Espacio de trabajo y configuraciones singulares

Realizando un programa que contenga las ecuaciones de la cinemática inversa y directa se analizan las configuraciones singulares del mecanismo. Con el resultado de las singularidades inversas de cada cadena se delimita el espacio de trabajo útil para cada postura. Con el resultado de las singularidades directas se encuentran las trayectorias en el interior del espacio de trabajo que hacen que el mecanismo presente una condición de singularidad Loci, en la que un eslabón y una arista de la plataforma móvil se alinean al cruzar el espacio de trabajo. Figura 4.

3.3. Configuración C-C-C

Los modos de trabajo o posturas del mecanismo paralelo 3<u>R</u>RR que presentan un mayor espacio de trabajo útil y cuyas singularidades no interfieren al cruzar el espacio de trabajo son las posturas C-C-C y A-A-A. Esto significa que las tres cadenas cinemáticas pueden estar en una posición gráfica cruzada o abierta. Se ha seleccionado la postura C-C-C para el análisis subsecuente.



Figura 4. Espacio de trabajo útil del MPP 3<u>R</u>R y trayectorias Loci.

4. Resolución del MPP 3<u>R</u>RR empleando actuadores eléctricos de pasos discretos.

Para calcular la resolución del MPP 3<u>R</u>RR en la postura C-C-C simulando que el mecanismo es impulsado con motores a pasos, se posiciona la plataforma móvil en algún punto arbitrario del espacio de trabajo, se selecciona un punto cerca del centro geométrico del manipulador buscando trazar una línea recta horizontal de distancia D desde un punto "o" hasta un punto "o". Lo siguiente es trazar la trayectoria que seguiría el mecanismo. Alimentando el código de la cinemática inversa con el punto "o" de referencia se obtienen las coordenadas articulares correspondientes a esa posición. Se simula el trazo de la línea recta tanto en forma horizontal como en forma vertical para incrementos de 1.8°, 0.9°, 0.45° y 0.225°. La figura 5 muestra la gráfica de posicionamiento para una línea horizontal para el caso de 1.8°. La figura 6 muestra el posicionamiento para una línea vertical para el caso de 0.225°. La figura 8 muestra el posicionamiento para una línea vertical para el caso de 0.225°. La figura 8 muestra el posicionamiento para una línea vertical para el caso de 0.225°. La figura 8 muestra el posicionamiento para una línea vertical para el caso de 0.225° (no se muestran gráficas para incrementos de 0.9° y 0.45°).



Figura 5. Gráfica de posición línea horizontal, 1.8°.







Figura 7. Gráfica de posición línea horizontal, 0.225°.



Figura 8. Gráfica de posición línea vertical, 0.225°.

Al simular la recta en la dirección horizontal se encontró que la resolución usando pasos completos (200 p/rev) o micropasos (400, 800 y 1600 p/rev) es muy similar siendo de aproximadamente 50 micrómetros. Para la recta vertical se calculo una resolución de 40 micrómetros para 400 p/rev pero para 800 y 1600 p/rev la resolución fue de 29 y 11 micrómetros respectivamente. En general, podemos proponer una resolución de 40 micrómetros para el MPP 3<u>R</u>R.

5. Diseño conceptual del MP 3<u>R</u>RR.

La dimensión total del mecanismo depende, en gran medida, del tamaño de los eslabones. Se propuso un tamaño de eslabones de 54 mm (distancia entre centros) que alcanzará a cubrir un rango deseado de 100 mm vertical y horizontalmente.

5.1. Diseño conceptual

Un par de eslabones conectados con rodamientos forman una cadena cinemática y estas a su vez están conectadas de igual forma a un motor en un extremo, en el otro extremo se encuentran conectadas a la plataforma móvil. Cada motor hace girar una cadena logrando que la plataforma móvil se desplace por el centro del mecanismo. La

plataforma móvil tiene en el centro agujeros con rosca para asegurar la base de cualquier dispositivo que vaya montado en éste.

Se decidió emplear perfil T como eslabones para dar mayor rigidez al mecanismo en la dirección de las cargas que soporta. Con el perfil se consigue disminuir el desplazamiento vertical, y por ende las deformaciones en esa dirección, al que es propenso cada eslabón al soportar a su vez la plataforma móvil. Para comprobarlo se realizó un experimento, figura 9. Donde se comparan dos eslabones con las mismas dimensiones y mismo material, la diferencia entre ellos consiste en que uno es plano y el otro tiene perfil. Fueron sometidos a las mismas restricciones y condiciones de carga.



Figura 9. Distribución de deformaciones para los eslabones plano y con perfil.

El extremo de cada eslabón donde va conectada su respectiva junta cinemática se deforma, alcanzando un máximo de 11 micrómetros para el eslabón plano, mientras que para el eslabón con perfil solo 5 micrómetros.

El diseño conceptual es mostrado en la figura 10. Las dimensiones del diseño conceptual son:

> Longitud 200 mm. Ancho 250 mm Altura 105 mm

6. Construcción del MPP 3<u>R</u>RR

Se procedió a construir el MPP 3<u>R</u>RR. Los materiales empleados fueron: para la plataforma móvil, aluminio de 1/8"; para la plataforma fija, solera de 1/8"; para los

eslabones, perfil T de aluminio de $1/8 \times 1 \times 1$ pulgadas; para las uniones eslabón aflecha motor, acero SAE 1020; se fabricaron pernos M4 x 0.7 mm de cold rolled; bujes de bronce y como juntas rotoides se emplearon rodamientos de 4 x 9 x 4 mm (d x D x h)



Vista isométrica



Figura 10. Diseño conceptual del MPP 3RR.

Se realizaron los dibujos de detalle y se maquinó en un torno comercial. La figura 11 muestra el MPP 3<u>R</u>RR construido.



Figura 11. Prototipo construido de la mesa de trabajo XY0 basada en un MPP 3RR

Para que no interfieran el libre movimiento del mecanismo una vez construido, un eslabón se coloca del lado contrario, ver figura 12. La distribución de deformaciones no cambia por esta condición y permite que el mecanismo tenga la movilidad y rigidez necesarias.

7. Aplicación del MPP 3<u>R</u>RR

De acuerdo a la resolución del mecanismo MPP 3<u>R</u>RR de 50 μ m aproximadamente y a las dimensiones con las que se construyó, se propone utilizarlo como una mesa de trabajo XY θ para uso en laboratorios de investigación.



Figura 12. Construcción de cadena cinemática.

8. Conclusiones

Se hizo el diseño y la construcción de una mesa de trabajo XY θ basado en un MP 3<u>R</u>RR con 3-GDL. Se analizó la cinemática inversa y directa, y se calculó el espacio de trabajo y sus configuraciones singulares. Se calculó la resolución que puede alcanzar el MPP al ser impulsado con motores a pasos. Se propuso un diseño conceptual basado en el espacio de trabajo de la postura C-C-C. Se construyó el prototipo en aluminio comercial y se verificó la resolución de 50 micrómetros. Se concluyó que el MPP 3<u>R</u>RR construido, puede ser utilizado como una mesa de trabajo general XY θ para laboratorios de investigación.

Agradecimientos

Este trabajo fue parcialmente soportado por proyecto SIP IPN 20070165.

Referencias

- [1] **Pham** C. Kinematics, Workspace and Static Analyses of 2-DOF Flexure Parallel Mechanism. School of Mechanical & Production Engineering. Singapore 2002.
- [2] **Bonev** I. A. Geometric analysis of parallel mechanisms. Ph. D. degree thesis. Universite Laval Quebeq, 2002.
- [3] **Degani** A. and Wolf A. Graphical singularity analysis of planar parallel manipulators. The Robotics Institute Carnegie Mellon University Pittsburgh USA 2006.
- [4] **Norton** R. Design of Machinery: an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines. Third edition, pp 23-24, 61-62, 1992.

- [5] **Tsai** L. W. Robot Analysis, The mechanics of serial and parallel manipulators. Wiley Interscience. EUA 1999.
- [6] **Williams** II R. L. and Shelley B. H. Inverse Kinematics for planar parallel manipulators. American Society Of Mechanical Engineers, 1997.
- [7] **Yang G.** Chen W. and Chen I. A geometrical method for the singularity analysis of 3RRR planar parallel robots with different actuation schemes. Singapore Institute of Manufacturing Technology, Singapore 2002.