

MODELADO DE FUERZAS DE CORTE DEL PROCESO DE FRESADO MEDIANTE TEORÍA DE CHATTER*

Alfredo Luna Contreras[†]

Ricardo Yañez-Valdez[‡]

Posgrado en Ingeniería Mecánica FI-UNAM.

ABSTRACT

Es presentado un resumen del fenómeno de *chatter* en el proceso de fresado, desde los efectos perjudiciales que genera en la pieza de trabajo hasta como modelarlo presentando un modelo dinámico del proceso de fresado en frecuencia y la generación de diagramas de lóbulos de estabilidad para observar de manera gráfica las combinaciones de la velocidad de la fresa contra profundidad de corte que presentan zonas de inestabilidad.

Palabras Clave- Chatter; Proceso de maquinado; Vibraciones mecánicas.

I. INTRODUCCIÓN

En los procesos de corte de metal, la precisión y calidad de las piezas de trabajo maquinadas con la ayuda de cortadores se ven afectadas por diferentes tipos de perturbaciones. Las deformaciones térmicas y estáticas pueden ser compensadas en la actualidad por medio de algoritmos de control, sin embargo, esto no es posible en el caso perturbaciones dinámicas [1]. En estos procesos pueden presentarse tres tipos diferentes de vibraciones que son generadas por una baja rigidez dinámica de uno o más elementos que están compuestos por la herramienta de corte, el sujetador, la máquina y la pieza de trabajo. Estos tres tipos de vibraciones son conocidos como vibraciones libres, vibraciones forzadas y vibraciones auto-excitables [2]. Las vibraciones libres ocurren cuando el sistema mecánico es desplazado del equilibrio y se le permite vibrar de manera libre. En una operación de remoción de metal, este tipo de vibración es el resultado de, por ejemplo, un mal trazado del camino de la herramienta que lleva a la colisión entre el cortador y la pieza de trabajo. Las vibraciones forzadas aparecen debido a excitaciones externas y se asocian en este tipo de procesos a rodamientos o herramientas de corte desbalanceados [3]. Mientras que las vibraciones auto-excitables son aquellas donde la fuerza de

excitación que conlleva el movimiento es creada y controlada por el movimiento mismo, entonces, si el movimiento se detiene, la fuerza de excitación desaparece. A este tipo de vibración, cuando ocurre en los procesos de corte de metal, se le llama *chatter* y se presenta por la interacción entre el cortador y la pieza de trabajo.

Chatter sin control resulta en efectos adversos tanto en la calidad del producto final como en la máquina con la que se trabaja, como son:

- Un acabado de superficie deficiente (Fig. 1).
- Baja precisión de dimensiones de la pieza de trabajo.
- Desgaste prematuro, astillamiento y falla del cortador.
- Reducción en la cantidad de material removido (MRR).
- Incremento de costos en términos de tiempo de producción.
- Impacto ambiental en términos de material y energía.
- Posible daño a la máquina-herramienta debido a vibraciones excesivas.
- Ruido excesivo, particularmente a altas frecuencias.



Figura 1. Maquinado con y sin la presencia de *chatter*.

*Documento que resume el trabajo de tesis del autor con el mismo título.

[†]Estudiante del posgrado de Ingeniería Mecánica de la UNAM. (deadlyfree@hotmail.com)

[‡]Profesor de la Facultad de Ingeniería de la DIMEL-UNAM. (ryv77@unam.mx).

II. ANTECEDENTES

A. PROCESO DE FRESADO

Es un proceso de corte que utiliza una herramienta de corte rotatorio, llamada fresa, para remover material de la superficie de la pieza de trabajo. Regularmente, la fresa se mueve de manera perpendicular a su eje, por lo que el corte ocurre en la circunferencia de la herramienta. El mecanizado se realiza mediante el arranque de viruta a través del contacto entre los filos (dientes o flutes) y la pieza de trabajo con cada pasada. En el proceso tradicional, la pieza se desplaza acercando las zonas a mecanizar a la herramienta, permitiendo obtener formas diversas, desde superficies planas a otras más complejas. La velocidad con la cual la pieza avanza a través del cortado se le conoce como velocidad de avance y frecuentemente es medido en unidades de distancia por revolución de la fresa. Mediante este proceso de manufactura es posible mecanizar diversos materiales como madera, acero, fundición de hierro, metales no férricos y materiales sintéticos, superficies planas o curvas, de entalladura, de ranuras, de dentado, etc.

El cuerpo del cortador está compuesto de un cierto número de dientes dispuestos alrededor de éste, donde cada uno actúa como una herramienta puntual de corte. Éstos pueden ser rectos o helicoidales, dando como resultado una acción de corte ortogonal y oblicua, respectivamente. De manera general se prefiere el uso de dientes helicoidales debido a que, mientras éste rota, se acopla parcialmente a la pieza de trabajo, lo que da como resultado que la fuerza de corte y el par de torsión sean menores en el cortador y por consiguiente, genere una operación más suave y reduzca el *chatter* [4]. Hay que notar que la fresa puede rotar en sentido horario y anti horario, cuando ésta rota en contra de la dirección del avance se le conoce como fresado convencional, mientras que si la fresa rota en la misma dirección que el avance se le llama fresado de escalada (*climb milling*).

B. MODELO DE CORTE ORTOGONAL Y OBLICUO

El flujo de viruta en todo proceso de maquinado herramientacuña puede ser descrito, en teoría, por dos diferentes esquemas de corte llamados Corte Ortogonal y Corte Oblicuo. En el corte ortogonal, el filo de la herramienta es perpendicular a la dirección de movimiento relativo entre el cortador y la pieza de trabajo y también a la cara lateral de la pieza de trabajo. Del movimiento relativo entre la pieza de trabajo y el cortador, una capa de material en forma de viruta es removida. El corte ortogonal representa un problema mecánico bi-dimensional donde no se considera el rizado de la viruta. Representa solo una pequeña fracción de los procesos de maquinado. Sin embargo, es ampliamente utilizado en el trabajo teórico y experimental debido a su simplicidad. Por su naturaleza bidimensional muchas variables independientes son eliminadas, por ejemplo, solo dos fuerzas de corte son identificadas en los problemas de corte ortogonal. Por

otro lado, el corte oblicuo, donde el cortador está inclinado por un ángulo λ , corresponde a un problema tridimensional con una representación más realista del flujo de viruta, pero al mismo tiempo, un análisis más complejo, por ejemplo, una fuerza con tres componentes está presente y el rizado de la viruta se toma en cuenta [5].

C. MODELO DE FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Utilizando la ecuación genérica de un sistema dinámico de masa puntual con fuerza externa;

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1)$$

Para crear una función de transferencia, es necesario aplicar la transformada de Laplace a la ecuación anterior. El operador de Laplace se denota como s . La coordenada de posición $x(t)$ ahora será denotada como $X(s)$ y la fuerza externa $f(t)$ como $F(s)$. La derivada en el dominio de Laplace es simplemente una multiplicación por el operador de Laplace, por lo tanto se obtiene;

$$ms^2X(s) + csX(s) + kX(s) = F(s) \quad (2)$$

La función de transferencia $H(s)$ es simplemente la proporción de la transformada de Laplace de salida entre la transformada de Laplace de entrada

$$H(s) = \frac{L\{x(t)\}}{L\{f(t)\}} = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k} \quad (3)$$

En el dominio de Laplace, se puede calcular la salida de un sistema masa-amortiguador-resorte por medio de una combinación lineal de la función de transferencia y una señal de fuerza arbitraria por medio de la siguiente ecuación

$$X(s) = H(s)F(s) \quad (4)$$

Otra manera de representar la función de transferencia es expresarla en términos de la frecuencia natural del sistema ω_n y el factor de amortiguación ζ [6].

$$H(s) = \frac{1/m}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (5)$$

III. MODELO DINÁMICO DEL PROCESO DE FRESADO

Este tipo de modelo es el más común en el proceso de fresado. En lugar de orientar la fuerza de corte resultante y la vibración a una dirección promedio, se modela y resuelve considerando dos grados ortogonales de libertad, la dirección del avance x y su normal y (Fig. 2).

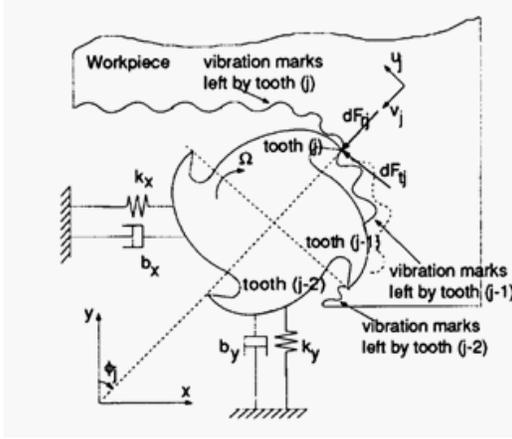


Figura 2. Modelo dinámico de 2 grados de libertad del proceso de fresado.

Se asume que el cortador tiene un número N de dientes con un ángulo cero de hélice. Las fuerzas de corte excitan a la estructura en dirección del avance y su normal, causando desplazamientos dinámicos en x , y respectivamente. Estos desplazamientos son realizados por el número de diente j que gira en la dirección radial con la transformación de coordenadas $v_j = (-x \sin \phi_j - y \cos \phi_j)$ donde ϕ_j es el ángulo de inmersión instantáneo para el diente j medido en sentido horario desde el eje normal y . Si la fresa rota a una velocidad angular Ω (rad/s), el ángulo de inmersión variará con el tiempo $\phi_j(t) = \Omega t$. El espesor de la viruta consta de una componente estática, que es generada por un movimiento de cuerpo rígido del cortador (y como se mencionó en el análisis unidimensional, será omitido porque no contribuye al mecanismo de regeneración de la carga dinámica de la viruta) y una componente dinámica causada por las vibraciones de la herramienta por el periodo del diente actual y del pasado.

Ya que el espesor de la viruta está medido en la dirección radial v_j , puede ser expresada de la siguiente manera:

$$h(\phi_j) = (v_{j,0} - v_j) g(\phi_j) \quad (6)$$

$(v_{j,0}, v_j)$ son los desplazamientos dinámicos del cortador del periodo del diente pasado y del actual respectivamente. $g(\phi_j)$ es una función escalón que determina si el diente está dentro o fuera del corte,

$$g(\phi_j) = 1 \leftarrow \phi_{st} < \phi_j < \phi_{ex} \quad (7)$$

$$g(\phi_j) = 0 \leftarrow \phi_j < \phi_{st} \text{ o } \phi_j > \phi_{ex} \quad (8)$$

Donde ϕ_{st} , ϕ_{ex} son los ángulos de inmersión del cortador de entrada y de salida del corte respectivamente. Sustituyendo v_j en la ecuación 6.

$$h(\phi_j) = (\Delta x \sin \phi_j + \Delta y \cos \phi_j) g(\phi_j) \quad (9)$$

Resolviendo las fuerzas de corte en las direcciones (x, y) .

$$F_{xj} = -F_{tj} \cos \phi_j - F_{rj} \sin \phi_j \quad (10)$$

$$F_{yj} = F_{tj} \sin \phi_j - F_{rj} \cos \phi_j \quad (11)$$

Donde $j = 0, 1, \dots, N-1$ y N es el número de dientes en el cortador. Sumando todas las fuerzas de corte con las que contribuye cada diente, la fuerza dinámica total actuando en el cortador es

$$F_x = \sum_{j=0}^{n-1} F_{xj}, \quad F_y = \sum_{j=0}^{n-1} F_{yj} \quad (12)$$

Donde $\phi_j = \phi_p + j\phi$, y el ángulo de paso del cortador es $\phi_p = 2\pi/N$. Sustituyendo el espesor de la viruta (ec. 6) y las fuerzas de diente en la ecuación 11, y reacomodando el resultado para expresarlo en forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} a K_t \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} \quad (13)$$

Donde los coeficientes direccionales dinámicos de fuerza que varían con el tiempo están dados por:

$$a_{xx} = \sum_{j=0}^{n-1} -g_j (\sin 2\phi_j + K_r (1 - \cos 2\phi_j)) \quad (14)$$

$$a_{xy} = \sum_{j=0}^{n-1} -g_j (1 + \cos 2\phi_j + K_r (\sin 2\phi_j)) \quad (15)$$

$$a_{yx} = \sum_{j=0}^{n-1} g_j (1 - \cos 2\phi_j - K_r (\sin 2\phi_j)) \quad (16)$$

$$a_{yy} = \sum_{j=0}^{n-1} g_j (\sin 2\phi_j - K_r (1 + \cos 2\phi_j)) \quad (17)$$

Considerando que los parámetros de la posición angular cambian con el tiempo y la velocidad angular, la ecuación (11) puede ser expresada en el dominio del tiempo en forma:

$$\{F(t)\} = \frac{1}{2} a K_t [A(t)] \{\Delta(t)\} \quad (18)$$

La matriz direccional $[A(t)]$ varía con el tiempo conforme el cortador rota. $[A(t)]$ es una función periódica a una frecuencia de paso de diente $\omega_t = n/60N$. Sridhar formuló esta ecuación dinámica, pero la resolvió por medio de técnicas numéricas. Opitz [16] utilizó computadoras análogas para resolverla. Minis y Yanushevsky resolvieron el problema de manera analítica en el dominio de la frecuencia aplicando la teoría de Floquet para ecuaciones diferenciales retrasadas

[19]. Budak y Altintas consideraron los armónicos y propusieron una solución multi-frecuencia [7].

$$[A_r] = \frac{N}{2\pi} \int_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}} A(\phi) e^{-irN\phi} d\phi \quad (19)$$

Davies consideró un caso especial donde la profundidad de corte radial era muy pequeña [8]. Stepan aproximó el retraso del tiempo regenerativo y resolvió la estabilidad de fresado unidireccional [9]. Sin embargo, el objetivo del análisis de estabilidad es el predecir las velocidades y profundidades de corte de manera precisa, pero de una manera eficiente y práctica computacionalmente [10]. La variación temporal de la matriz de dirección es eliminada al tomar el valor medio de la ecuación 19, despreciando las componentes armónicas de la serie de Fourier. Dado que $[A(t)]$ es válido solamente entre los ángulos de entrada y de salida, y el proceso es periódico en el ángulo de paso, el valor promedio de los factores periódicos direccionales es:

$$[A_0] = \frac{1}{\phi_p} \int_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}} [A(\phi)] d\phi = \frac{N}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Donde las funciones integradas son:

$$\alpha_{xx} = \frac{1}{2} (\cos 2\phi - 2K_r \phi + K_r \sin 2\phi) \Big|_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}} \quad (21)$$

$$\alpha_{xy} = \frac{1}{2} (-2 \sin 2\phi + 2\phi + K_r \cos 2\phi) \Big|_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}} \quad (22)$$

$$\alpha_{yx} = \frac{1}{2} (-\sin 2\phi + 2\phi + K_r \cos 2\phi) \Big|_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}} \quad (23)$$

$$\alpha_{yy} = \frac{1}{2} (-\cos 2\phi - 2K_r \phi - K_r \sin 2\phi) \Big|_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}} \quad (24)$$

La matriz de transferencia está dada por:

$$\Phi(i\omega) = \begin{bmatrix} \Phi_{xx} & \Phi_{xy} \\ \Phi_{yx} & \Phi_{yy} \end{bmatrix} \quad (25)$$

El vector de desplazamiento a la frecuencia de *chatter* es una función armónica expresada de la siguiente manera:

$$\{\Delta(i\omega_c)\} = (1 - e^{-i\omega_c T}) e^{-i\omega_c t} \Phi(i\omega_c) \{F\} \quad (26)$$

Donde $\omega_c T$ es el retraso de fase entre las vibraciones de dientes sucesivos con periodo T . Sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación (14), conlleva a un problema de eigenvalores el cual tiene la siguiente ecuación característica:

$$\det \left\{ [I] - \frac{1}{2} K_t a (1 - e^{-i\omega_c T}) [A_0] [G(i\omega_c)] \right\} = 0 \quad (27)$$

$$\det \{ [I] + \lambda [A_0] [G(i\omega_c)] \} = 0 \quad (28)$$

$$\lambda = -\frac{N}{4\pi} / K_t a (1 - e^{-i\omega_c T}) \quad (29)$$

El eigenvalor de la ecuación anterior puede ser obtenido fácilmente dada una frecuencia de *chatter* ω_c factores de corte estático (K_t , K_r), inmersión radial (ϕ_{st} , ϕ_{ex}) y la función de transferencia del sistema. Si se consideran dos grados de libertad ortogonales (x , y) y es despreciado el acoplamiento cruzado ($\Phi_{xy} = \Phi_{yx} = 0$) como se consideró en el modelo unidimensional, la ecuación característica se convierte en una función cuadrática.

$$a_0 \lambda^2 + a_1 \lambda + 1 = 0 \quad (30)$$

$$a_0 = \Phi_{xx}(i\omega_c) \Phi_{yy}(i\omega_c) (\alpha_{xx} \alpha_{yy} - \alpha_{xy} \alpha_{yx}) \quad (31)$$

$$a_1 = \alpha_{xx} \Phi_{xx}(i\omega_c) + \alpha_{yy} \Phi_{yy}(i\omega_c) \quad (32)$$

La solución de la ecuación anterior provee la profundidad de corte crítica y la velocidad de la herramienta [7] y donde la velocidad del cortador n puede ser calculada del periodo del paso del diente:

$$a_{lim} = \frac{2\pi Re\{\lambda\}}{NK_t} (1 + K^2) \quad (33)$$

$$T = \frac{1}{\omega_c} (\varepsilon + 2k\pi) \rightarrow n = \frac{60}{NT} \quad (34)$$

Donde $K = Re\{\lambda\} / Im\{\lambda\} = \tan \psi$ y $\varepsilon = \pi - 2\psi$ es la fase de cambio entre las ondas de la superficie.

A. DIAGRAMA DE LÓBULOS DE ESTABILIDAD

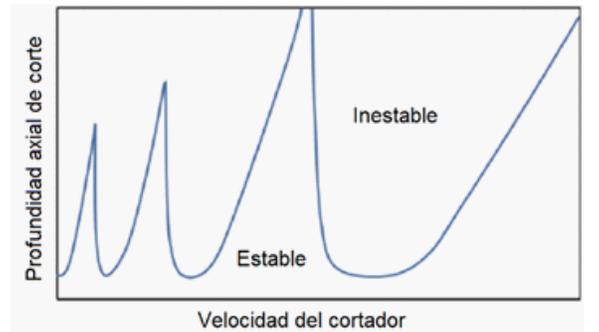


Figura 3. Diagrama de lóbulos de estabilidad (ejemplo).

Hay que tener en cuenta que el modelo dinámico de fresado en el dominio de la frecuencia no realiza distinción de si se trata de un fresado periférico o de cara, debido a que el

análisis se realiza cuando ya existe una interacción completa entre el cortador y la pieza de trabajo. El modelo asume que el cortador tiene un ángulo de hélice de cero, es decir, es un cortador recto.

Para generar diagramas de lóbulos es necesario lo siguiente:

1. Conocer a priori la rigidez del sistema k , su factor de amortiguamiento ζ y su frecuencia natural ω_n , los factores de corte K_t y K_r , los ángulos de inmersión ϕ_{st} , ϕ_{ex} y la función de transferencia del sistema.
2. Seleccionar la frecuencia de *chatter* ω_c de la función de transferencia alrededor de un modo dominante (regularmente es el máximo negativo de la parte real de la función de transferencia [11]).
3. Resolver la ecuación característica de la profundidad de corte axial (ec. 32).
4. Calcular la profundidad axial de corte y la velocidad del cortador para cada lóbulo de estabilidad $K=0, 1, 2, \dots$ (ec. 33)

B. MÉTODOS DE SUPRECIÓN DE *chatter*

De manera general, existen básicamente tres maneras en las que se puede evitar *chatter*:

- Perturbar el proceso regenerativo por medio de cambiar la velocidad del cortador de manera senoidal o aleatoria [12].
- Alterar de manera pasiva o activa la dinámica de la máquina para modificar la forma de los lóbulos de estabilidad. Una opción es mediante amortiguadores (*dampers o vibration absorbers*).
- Utilizar de manera eficiente el gráfico de lóbulos de estabilidad, seleccionar y cambiar los parámetros del proceso de maquinado con base a este gráfico a manera de elegir un punto de trabajo estable y libre de *chatter*.

CONCLUSIÓN

A pesar de que existen cuatro tipos diferentes de *chatter*, tres de ellos pueden ser controlables, pero el cuarto, causado por una vibración regenerativa, es el más importante en el área de maquinado por el riesgo que representa en la máquina y en la pieza de trabajo. Este fenómeno de *chatter* es una vibración que se detectó y se comenzó a estudiar alrededor de los años 40s. Pero su complejidad ha sido tal que hasta el día de hoy se sigue estudiando e incluso sigue presentándose en los procesos de maquinado actuales. Existen varios modelos para analizar este fenómeno que van desde lo más complejo, desarrollando soluciones analíticas y/o numéricas a modelos no lineales en

el dominio del tiempo, hasta llegar a soluciones analíticas más sencillas en el dominio de la frecuencia sin dejar la precisión de lado.

En la actualidad existen modelos más precisos e inclusive modelados con 3 grados de libertad. El modelo mostrado en el presente texto se puede considerar cómo un modelo sencillo y preciso para realizar un análisis preliminar (y en ocasiones definitivo) del fenómeno de *chatter* en el proceso de fresado. Aunque de igual manera existen otros tipos de analizar este tipo de información, se encontró que la manera más sencilla y eficiente de hacerlo es mediante el diagrama de lóbulos de estabilidad, puesto que ofrece una respuesta fácil de interpretar, precisa y ocupa poco tiempo de cómputo.

REFERENCIAS

- [1] E. Abele y U. Fiedler, «Creating Stability Lobe Diagrams during Milling» CIRP Annals - Manufacturing Technology, vol. 53, n° 1, pp. 309-312, 2004.
- [2] S. Tobias, Machine Tools Vibration, URMO, 1961.
- [3] G. Quintana y J. Ciurana, «Chatter in machining processes: A review» International Journal of Machine Tools & Manufacture, vol. 51, n° 5, pp. 363-376, 2011.
- [4] S. Kalpakjian, Manufacturing Engineering and Technology 6th Edition, Pearson.
- [5] A. P. Markopoulos, Finite Element Method in Machining Processes, Springer, 2013.
- [6] G. Takács y B. Rohal, Model Predictive Vibration Control, Londres: Springer, 2012.
- [7] Y. Altintas y E. Budak, «Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling».
- [8] M. Davies, J. Pratt y T. Burns, «The Stability of Low Radial Immersion in Milling» Annals of the CIRP, vol. 1, n° 49, pp. 37-40, 2000.
- [9] T. Insberger y G. Stepan, «Stability of the Milling Process» Periodica Polytechnical Mechanical Engineering, vol. 1, n° 44, pp. 47-57, 2000.
- [10] Y. Altintas y M. Weck, «Chatter Stability of Metal Cutting and Grinding» CIRP Annals- Manufacturing Technology, vol. 53, n° 2, pp. 619-642, 2004.
- [11] B. Stone, Chatter and Machine Tools, Springer, 2014.
- [12] R. Faassen, Chatter prediction and control for high-speed milling: modelling and experiments, 2007.