

APLICACIÓN DE UN RESORTE DE TORSIÓN PARA EL DISEÑO DE UN MECANISMO LANZADOR DE PROYECTILES *

Ricardo Yáñez-Valdez[†] Francisco A. Meza Torres[‡] Omar A. Córdova Carbajal[§]
Luis F. Contreras Gallardo[¶] Rodrigo S. Alcántara Aguilera^{||}

Facultad de Ingeniería, DIMEI-UNAM.

ABSTRACT

El diseño de resortes mecánicos se basa en la relación entre fuerza, momentos de torsión, deformaciones y esfuerzo. Los resortes tienen muchas aplicaciones en relación con el diseño de máquinas, tales como amortiguar impactos y choques por carga, para almacenar energía, para mantener el contacto entre los miembros de una máquina, para el control de vibraciones y para otras funciones. En este trabajo se diseña con base en especificaciones un resorte de torsión para almacenar energía, impactar y disparar un proyectil hacia un objetivo preestablecido. Se ha seguido un proceso de diseño para garantizar el éxito de la práctica y se ha construido un prototipo para probar su funcionalidad.

Palabras clave: Diseño mecánico, prototipo, resorte de torsión.

I. INTRODUCCIÓN

Un resorte es un elemento activo que se utiliza para ejercer una fuerza o un par y, al mismo tiempo, almacenar energía. La fuerza puede ser de empuje o de tracción lineal, que es semejante al efecto de jalar, o puede ser radial actuando de forma similar a una liga alrededor de un rollo. El par se puede utilizar para generar un giro o rotación, por ejemplo, para cerrar la puerta de un gabinete.

Los resortes por una condición que les es inherente almacenan energía cuando se deflexionan y la regresan cuando se elimina la fuerza que provoca la deflexión.

*Este es un resumen de la experiencia adquirida por estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la UNAM en el diseño y selección de elementos mecánicos. Concretamente en el diseño de resortes de torsión. Tema desarrollado en la materia de "Diseño de elementos de máquinas", impartida en el semestre 2020-1 por el profesor de carrera de la FI-UNAM Ricardo Yáñez.

[†]Profesor de carrera de la DIMEI (FI-UNAM) (*ryv77@unam.mx*).

[‡]Estudiante de ingeniería mecánica de la FI-UNAM.

[§]Estudiante de ingeniería mecánica de la FI-UNAM.

[¶]Estudiante de ingeniería mecánica de la FI-UNAM.

^{||}Estudiante de ingeniería mecánica de la FI-UNAM.

II. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El propósito es aplicar la teoría de diseño de resortes en una tarea que dependa de energía de movimiento, esta tarea es el lanzamiento de proyectiles. El objetivo, por lo tanto, es diseñar un mecanismo que aproveche la energía almacenada de un resorte, impacte, proyecte una bola de goma y que tal dispositivo provea resultados repetibles.

Para tal propósito, además de apegarse a un proceso de diseño, se establecerán especificaciones claras. El proceso de diseño a seguir incluirá las siguientes etapas: etapa de definición, etapa preliminar de diseño, etapa de diseño detallado y etapa de documentación.

Las funciones, especificaciones y requerimientos de diseño son los siguientes:

FUNCIONES

- Accionar el resorte al botar un seguro.

- El principio de funcionamiento será radial, es decir, mediante un par se generará una rotación (vuelta completa), así como se aprecia en la Figura 1.

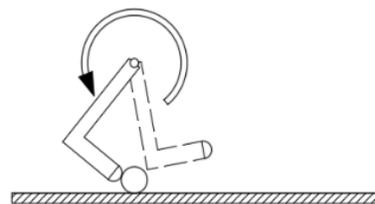


Figura 1. Principio de funcionamiento del lanzamiento del proyectil. Fuente: Autores.

- Cualquier ajuste en la potencia de disparo se graduará ajustando la carrera.

ESPECIFICACIONES

- Las dimensiones del dispositivo no deben sobrepasar los 25 x 25 x 25 cm.

- El dispositivo golpeará un proyectil y lo hará caer en un objetivo a 4 m de distancia, como se aprecia en la Figura 2.

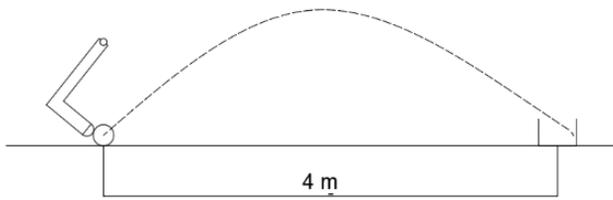


Figura 2. Especificación de alcance del dispositivo mecánico. Fuente: Autores.

- El proyectil consistirá en una bola de goma de 5 cm.
- El disparo se realizará a ras de suelo, con la posibilidad de elevar la altura del proyectil hasta 10 cm.

REQUERIMIENTOS

- Que su transporte sea práctico.

III. MARCO TEÓRICO

MOVIMIENTO DE PROYECTILES

Hasta el siglo XVI, la trayectoria de un proyectil se representaban como se muestra en la Figura 3.

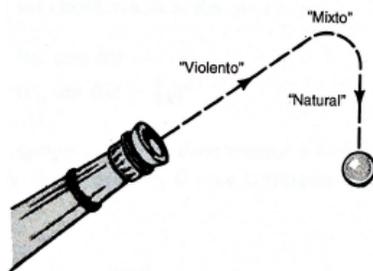


Figura 3. Antes de Galileo Galilei se suponía que la trayectoria de un proyectil consistía en este movimiento. Fuente [3].

Se creía que cuando un proyectil era disparado, por ejemplo una bala de cañón, se le daba una "fuerza impresa" que producía un movimiento "violento" en línea recta. Debido a la resistencia del aire, seguía una región de movimiento mixto ("movimiento violento" más "movimiento natural" en dirección vertical hacia abajo). Finalmente, el movimiento "natural" vertical prevalecía. Cuando Galileo logró desarrollar su principio de la inercia pudo a su vez resolver correctamente el problema del movimiento de los proyectiles.

Con su principio de la inercia, Galileo había llegado a un punto de vista decisivo: *un proyectil cerca de la superficie de la Tierra tiene dos movimientos independientes: un movimiento horizontal a la velocidad constante y un movimiento vertical sujeto a la aceleración debida a la gravedad.*

Como punto de partida para resolver cualquier problema de movimiento de proyectiles, se tiene que escoger un sistema de coordenadas y también especificar el origen. Si el eje x es horizontal hacia la derecha y el eje y es vertical hacia arriba, entonces la aceleración de un proyectil se escribe

$$a_x = 0; a_y = -g. \quad (1)$$

El origen, por otro lado se suele escoger de tal manera que el valor inicial de la coordenada horizontal (x) sea cero, esto es $x_0 = 0$. Las ecuaciones de la cinemática de proyectiles cerca de la superficie de la Tierra se expresan como

$$x = v_{0x}t \quad (2)$$

$$v_y = v_{0y} - gt \quad (3)$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (4)$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g(y - y_0). \quad (5)$$

Si disparamos un proyectil que es disparado desde el suelo a una velocidad inicial v_0 con un ángulo θ sobre la horizontal, estaremos interesados en conocer su alcance horizontal, el tiempo de vuelo, e incluso la forma de la trayectoria del proyectil. Esto se determina por medio de las relaciones cinemáticas planteadas arriba.

En la Figura 2 se muestra el sistema de coordenadas y las componentes de la velocidad en varios puntos.

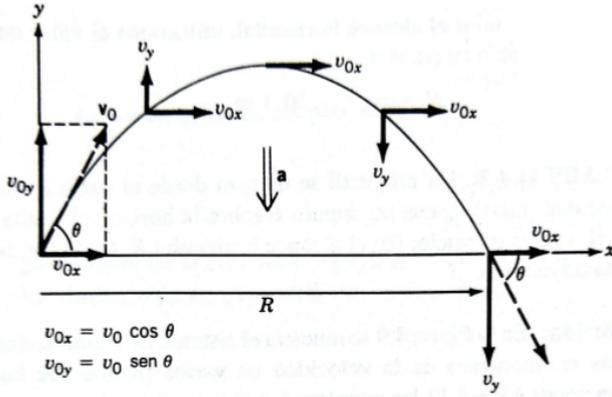


Figura 2. En ausencia de resistencia del aire la trayectoria de un proyectil es una parábola. Fuente: [3].

De las ecuaciones 2 y 4 las coordenadas al tiempo t son

$$x = (v_0 \cos \theta) t \quad (6)$$

$$y = (v_0 \sin \theta) t - \frac{1}{2} g t^2. \quad (7)$$

Para encontrar el tiempo de vuelo, debe tenerse $y = 0$ para ese tiempo. De la ec. 7 se encuentra $t = 0$ (que corresponde a la primera vez que $y = 0$) y

$$t = \frac{2v_0 \sin \theta}{g} \quad (8)$$

tiempo en que nuevamente $y = 0$.

El alcance horizontal se encuentra al sustituir la ec. 8 en la ec. 6: $R = (v_0 \cos \theta) (2v_0 \sin \theta) / g$. Ya que $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$, tenemos

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} \quad (9)$$

Esta última ecuación sólo es válida cuando el proyectil retorna al nivel inicial, esto es, $\Delta y = 0$. Para una velocidad inicial dada v_0 , el alcance es máximo cuando $\sin 2\theta = 1$, esto es, cuando $\theta = 45^\circ$. En general, dados los valores de R y v_0 , hay dos valores posibles para θ . Por ejemplo, si $v_0 = 20$ m/s y $R = 30$ m, entonces $\sin 2\theta = \frac{Rg}{v_0^2} = 0.735$. Así, $\theta = 23.7^\circ$ o 66.3° . De forma general $\theta = 45 \pm \alpha$ (Figura 3).

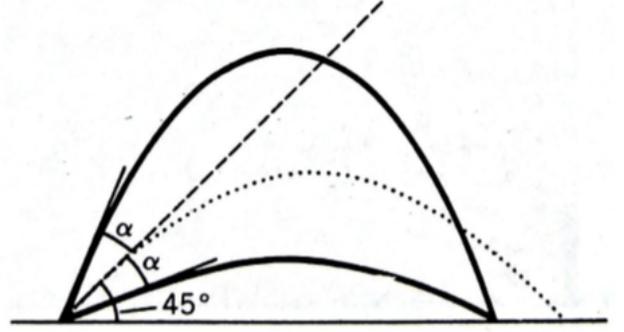


Figura 3. El máximo alcance para un proyectil que cae a Tierra al nivel inicial ocurre para un ángulo de proyección de 45° . Los alcances horizontales para ángulos de proyección de $45^\circ - \alpha$ y $45^\circ + \alpha$ son iguales. Fuente: [3].

Para encontrar la forma de la trayectoria, debe expresarse y en función de x . Para esto se despeja el tiempo t de la ec. 6 y se sustituye en la ec. 7. Esto nos lleva a

$$y = (\tan \theta)x - \frac{g}{2(v_0 \cos \theta)^2} x^2. \quad (10)$$

Esta ecuación es de la forma $y = Ax + Bx^2$, que corresponde a una parábola.

ECUACIONES DE DISEÑO DE RESORTES

Un resorte de torsión tiene un momento flector inducido en las espiras, en lugar de torsión. Los resortes de torsión pueden operar sometidos a esfuerzos flexores que excedan el esfuerzo de fluencia del alambre a partir del que se enrolló el resorte.

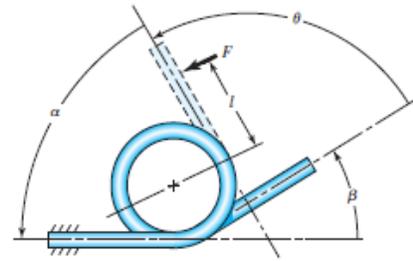


Figura 4. Resorte a torsión. Fuente [4].

El esfuerzo flector puede obtenerse a partir de la teoría de la viga curva expresada en la forma

$$\sigma = K \frac{Mc}{I} \quad (11)$$

donde K es un valor de corrección del esfuerzo. Este valor depende de la forma de la sección transversal del alambre y de que el esfuerzo que se busca esta en el interior K_i o exterior K_o . Analíticamente se determina como

$$K_i = \frac{4C^2 - C - 1}{4C(C - 1)} \text{ y } K_o = \frac{4C^2 + C - 1}{4C(C + 1)} \quad (12)$$

donde C^1 es el índice del resorte. Se usa K_i para estimar los esfuerzos en el resorte porque K_o siempre es menor que la unidad. Cuando el momento flector es $M = Fr$ y el módulo de sección $I/c = d^3/32$, la ecuación de la flexión se expresa como

$$\sigma = K_i \frac{32Fr}{\pi d^3} \quad (13)$$

que proporciona el momento flector de un resorte de torsión de alambre redondo.

IV. DISEÑO DE UN MECANISMO LANZADOR

El diseño de un mecanismo lanzador tiene el proposito de implementar el diseño de un resorte de torsión. Se han seguido las etapas del diseño mecánico y los detalles se abordan a continuación.

ETAPA DE DEFINICIÓN

Se diseñará un mecanismo que aproveche la energía almacenada de un resorte de torsión para lanzar un proyectil a 4 metros de distancia. De acuerdo con las especificaciones señaladas arriba, el proyectil consiste en una bola de goma de 4 cm de diámetro y masa de 0.075 kg. El uso de un resorte de torsión cubrirá la especificación de diseño en el que se solicita que recorra una vuelta completa. Se espera que resulte en un diseño ligero por lo que se usarán materiales metálicos comerciales. Además, se utilizarán rodamientos para reducir en lo posible las pérdidas de energía debido a la fricción. Para converger en un diseño práctico, se realizarán bosquejos primero hechos a mano, después se usará un asistente por computadora para plasmar el ensamble final. Finalmente, se construirá un prototipo funcional utilizando soldadura y arranque de viruta.

Una vez construido el prototipo se comprobarán las ecuaciones cinemáticas y la trayectoria del movimiento del proyectil. Se espera que los resultados que se obtengan con el prototipo funcional cumplan con lo realizando en el diseño y permita obtener resultados repetibles de acuerdo con lo calculado en la etapa de diseño de detalle.

¹El intervalo preferido para C es de 4 a 12.

ETAPA PRELIMINAR DE DISEÑO

Algunas restricciones y consideraciones se han establecido en esta etapa de diseño.

- El proyectil seguirá un movimiento de tiro parabólico y no se considerará el arrastre, por lo cual, el diseño tiene una restricción de altura y ésta no será mayor a 2.5 [m].

- La base del mecanismo tendrá una forma triangular para proveerle rigidez.

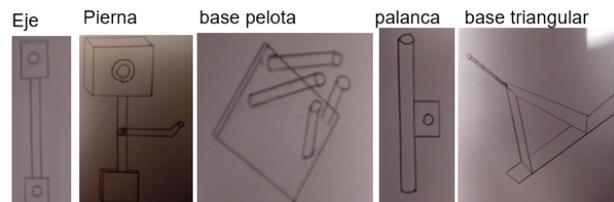
- Para nivelar la altura del mecanismo se adaptará un esparrago de 5/16".

- Se vislumbra el uso de al menos un resorte de torsión del lado derecho del mecanismo.

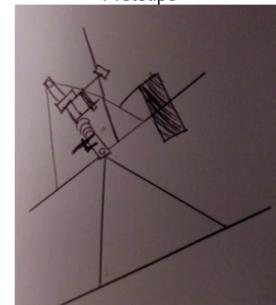
- Un rodamiento radial permitirá favorecer el desplazamiento angular relativo entre la pierna y un eje.

- Se dispondrá de un tope que será el que jale el resorte para darle presión.

Algunos dibujos hechos a mano se prepararon para mostrar las primeras ideas del diseño.



Prototipo



ETAPA DE DISEÑO DE DETALLE

Para cumplir con la especificación de altura, se probaron velocidades iniciales con la que, se calcula, sale disparado el proyectil, encontrando diferentes alturas. El resumen se muestra en la siguiente tabla.

Ho [m]	3.9 [m]						4.1 [m]					
	Vo*cos(i) [m]	t [s]	Vo*cos(i) [m/s]	Hmax [m]	Vo [m/s]	Angulo Piso [°]	t [s]	Vo*sin(i) [m/s]	Hmax [m]	Vo [m/s]	Angulo Piso [°]	
0,00	2,90	1,34	6,59	2,22	7,20	66,25	1,41	6,93	2,45	7,51	67,29	
0,00	3,20	1,22	5,97	1,82	6,78	61,82	1,28	6,28	2,01	7,05	62,99	
0,00	3,50	1,11	5,46	1,52	6,49	57,34	1,17	5,74	1,68	6,72	58,63	
0,00	3,80	1,03	5,03	1,29	6,30	52,92	1,08	5,29	1,43	6,51	54,29	
0,00	4,10	0,95	4,66	1,11	6,21	48,66	1,00	4,90	1,23	6,39	50,08	
0,05	2,90	1,34	6,55	2,19	7,17	66,13	1,41	6,96	2,47	7,54	67,39	
0,05	3,20	1,22	5,93	1,79	6,74	61,65	1,28	6,32	2,04	7,08	63,14	
0,05	3,50	1,11	5,42	1,50	6,45	57,12	1,17	5,78	1,71	6,76	58,82	
0,05	3,80	1,03	4,98	1,27	6,26	52,66	1,08	5,33	1,45	6,55	54,53	
0,05	4,10	0,95	4,61	1,08	6,17	48,34	1,00	4,95	1,25	6,43	50,37	
0,10	2,90	1,34	6,52	2,17	7,13	66,01	1,41	7,00	2,50	7,58	67,49	
0,10	3,20	1,22	5,89	1,77	6,70	61,48	1,28	6,36	2,06	7,12	63,28	
0,10	3,50	1,11	5,37	1,47	6,41	56,91	1,17	5,83	1,73	6,80	59,00	
0,10	3,80	1,03	4,93	1,24	6,23	52,38	1,08	5,38	1,48	6,59	54,76	
0,10	4,10	0,95	4,56	1,06	6,13	48,01	1,00	5,00	1,28	6,47	50,65	

Se encontró que el ángulo máximo al que puede lanzarse el proyectil, cumpliendo con la especificación de altura, es de 65° . Para ello se requiere una altura inicial de 10 cm del proyectil. El tiempo de vuelo será de aproximadamente 1.4 s y la velocidad inicial necesaria será de 7.5 m/s. Se ha contemplado un intervalo de valores de velocidad y ángulo que permiten una mejor aproximación al resultado esperado, considerando que el objetivo se encuentra a 4 m de distancia. La velocidad inicial se contempla entre 6 y 7 m/s, mientras que el ángulo de disparo entre 50° y 65° .

Partiendo de la posibilidad de adaptar un resorte previamente fabricado, solo nos queremos asegurar que éste sea el adecuado, si lo es, se determinará el máximo par que puede entregar para carga estática.

Se trata de un resorte ordinario que está hecho de alambre forjado en frío con un diámetro de alambre de 0.148 in. Para este alambre, su resistencia es $S_{ut} = Ad^b = 141040(0.148 \text{ in})^{-0.1822} = 199.7 \text{ kpsi}$. Su resistencia estática es $S_y = 0.78S_{ut} = 0.78(199.7 \text{ kpsi}) = 155.8 \text{ kpsi}$.

De la ecuación de flexión para el diseño de resortes a torsión determinaremos el momento máximo $(Fr)_{m\acute{a}x}$. Primero, el diámetro medio de la espira es $D = D_o - d = 1.0 \text{ in} - .148 \text{ in} = .852 \text{ in}$. El índice del resorte es por lo tanto; $C = D/d = .852/.148 = 5.7$. El factor de corrección del esfuerzo flector para las fibras interiores es

$$K_i = \frac{4C^2 - C - 1}{4C(C - 1)} = 1.15.$$

Si sustituimos la resistencia estática S_y por σ y se despeja el par de torsión máximo de la ecuación de diseño, se tiene

$$M_{m\acute{a}x} = (Fr)_{m\acute{a}x} = \frac{\pi d^3 S_y}{32K_i} = 43.1 \text{ lbf.}$$

El resorte presenta un índice mayor que 4 y menor que 12, su tamaño es fácil de adaptar al diseño y proporciona la fuerza suficiente para elevar el proyectil y disponerlo a 4 metros. Esto lo sabemos porque al hacer un cálculo rápido de la fuerza que se necesita para hacer elevar una masa de 75 gramos como la del proyectil en cuestión a la velocidad calculada arriba y con un tiempo de contacto entre 10^{-2} y 10^{-3} segundos, tenemos que la fuerza promedio es

$$\mathbf{F}_{prom} = \frac{\Delta \mathbf{P}}{\Delta t} \quad (14)$$

entre

$$= \frac{0.075 \text{ kg} \times 6 \text{ m/s}}{10^{-2}} = 4.83 \text{ N} \approx 1.08 \text{ lbf}$$

y

$$= \frac{0.075 \text{ kg} \times 6 \text{ m/s}}{10^{-3}} = 48.3 \text{ N} \approx 10.8 \text{ lbf.}$$

La fuerza que proporcionará el resorte será superior a la demandada por la inercia del proyectil.

Para comprobar que el número de espiras es el correcto, se comprueba a continuación.

El número de vueltas activas N_a es

$$N_a = N_b + \frac{l_1 + l_2}{3\pi D} \quad (15)$$

Las longitudes de los extremos l_i (con $i = 1, 2$) son de 1 pulgada. El número de vueltas N_b son 6, así que

$$N_a = 6 + \frac{1+1}{3\pi(.852)} = 6.25 \text{ vueltas}$$

La razón del resorte k en par de torsión por radián es

$$k = \frac{Fr}{\theta_i} = \frac{M}{\theta_t} = \frac{d^4 E}{64DN_a} \quad (16)$$

$$k = \frac{(.148)^4 (28.6 \times 10^6)}{64(.852)(6.25)} = 40.2 \text{ lb/in}^2$$

PROCESO DE MANUFACTURA

Para el ensamblado de la base, se utilizó una solera de 1"x1/8" y de 1/4"x3/4". Se utilizó soldadura por electrodo 60/13, porque es el apropiado para ensamblar este tipo de material. En las puntas de la base triangular se agregaron unos espárragos de 5/16" con un largo de 3". Del lado izquierdo del ensamble se soldó una base para colocar y mantener la posición del proyectil, ésta tiene una separación con respecto a la base de 1.8".



El mecanismo lanzador es de hierro y acero inoxidable, la parte de hierro está asegurada por medio de un rodamiento. A esta pieza de hierro se le soldó una barra de $\frac{1}{4}$ " con un largo de 3.5". Sobre esta misma pieza se le colocó una barra de 3" de largo que sirve como tope del resorte. En la parte frontal se soldó una lámina cuadrada de 1", la cual hará contacto directo con el proyectil ya colocado en la base.



A un costado del mecanismo se fijó un espárrago en la base, el cual servirá para el ajuste de la presión generada por las barras ya mencionadas. En el espárrago se colocó la palanca para poder limitar la energía almacenada por el resorte.



El eje en el que se fijó el resorte y la rotación de la varilla que golpea el proyectil, tiene un largo de 4". En los extremos de la misma, se soldaron 2 pedazos de solera de 1/4"x3/4" con un largo de 2". La solera ya mencionada lleva un barreno de 5/16", que permite el libre movimiento vertical de la varilla.



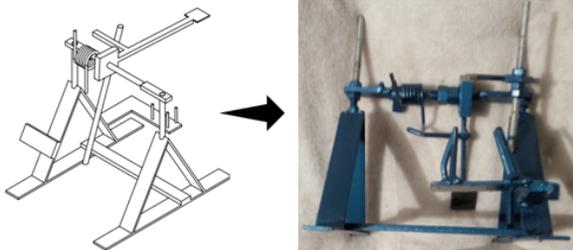
Por último, se colocaron 3 topes que delimitan el movimiento del resorte. Se anexan imágenes del resultado final.



Como se comentó al principio, la soldadura utilizada para la base fue por soldadura por electrodo 60/13, pero para los elementos que delimitaban el resorte, las uniones de la pierna mecánica, y del soporte, que delimita la flexión con el esparago, se utilizó soldadura 70/18 por arco eléctrico. Esto para evitar ruptura en la soldadura.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El prototipo final, derivado de seguir un proceso de diseño, es el que se muestra a continuación.



Las primeras pruebas que se realizaron al prototipo sirvieron para determinar el ángulo de flexión, el resultado fue de 40°. Se tuvo una variación con respecto de la calculada que fue de 29.5°. Estas variaciones, consideramos, se deben a las variantes del diseño del resorte. También puede ser debido a la fricción que se genera en el rodamiento que asegura el mecanismo lanzador. Si bien se intentó minimizar estos errores, hay variables dentro del diseño, asociadas a las piezas utilizadas y a los materiales, que no se encuentran dentro de nuestro control.

Durante la caracterización del aparato y al tratar que el proyectil recorriera una distancia de 4 metros se encontró que cualquier ligera variación, con respecto a la mecánica del tiro, se genera una incertidumbre en el resultado esperado. Si bien los cálculos realizados se acercan de manera satisfactoria a la trayectoria de la pelota, el aparato no siempre genera el movimiento exacto esperado, pero tenemos una aproximación muy certera.

La selección del resorte fue acertada para los objetivos del proyecto, esto porque genera la fuerza necesaria previamente calculada y el diseño del mecanismo, en sí, facilita su uso y su cálculo respectivo.

El diseño del mecanismo para lanzar proyectiles, con las especificaciones solicitadas, se facilitó al seguir las etapas de diseño mecánico. Los resultados obtenidos experimentalmente llegaron a ser muy cercanos a los resultados teóricos calculados. El mecanismo lanza proyectiles a una distancia de 4 metros, describiendo un movimiento de tiro parabólico. El funcionamiento del mecanismo se puede comprobar en la siguiente liga: <https://www.youtube.com/user/txux77/videos>. Video con el título "Diseño y aplicación de resortes torsionales FI-UNAM".

Con todo esto se logró cumplir el objetivo principal, el de diseñar un resorte para almacenar la energía y aprovecharla para lanzar un proyectil hacia un objetivo predefinido.

REFERENCIAS

- [1] A.S Hall, A.R. Holowenco, H.G. Laughlin, Diseño de máquinas. Serie Schaum. McGraw-Hill. 1a edición, 1971.
- [2] R. L. Mott, Diseño de elementos de máquinas. Prentice Hall, 2a edición, 1992.
- [3] Harris Benson, Física Universitaria Volumen 1. 1a ed. Compañía Editorial Continental. 2000.
- [4] Budynas R. and Nisbett J. K. Mechanical Engineering Design, Tenth Edition. McGrawHill. 2015.
- [5] Norton R. Diseño de máquinas. Pearson. 4a edición. 2011.