



CONGRESO
INTERNACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
E INNOVACIÓN
MULTIDISCIPLINARIO



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2018”

Multidisciplinario

19 y 20 de abril de 2018, Cortazar, Guanajuato, México

ISSN 2448-6035

DISEÑO DE UNA SUPERFICIE DE REVOLUCIÓN DE FORMA LIBRE IMPRESO EN 3D COMO CONCENTRADOR SOLAR TIPO FRESNEL

E- Alfredo González Galindo¹, Jorge Pérez-García, Víctor Soriano H., J. Guadalupe
Hernandez-H

Facultad de Estudios Superiores Aragón (UNAM), Centro Tecnológico Aragón. Avenida Rancho Seco S/N, Colonia

Impulsora, Ciudad Nezahualcóyotl, Estado de México, Código Postal 57130

E-mail: unam_alf@comunidad.unam.mx

Resumen– El trabajo muestra un análisis para la construcción de un concentrador solar y/o reflector de iluminación tipo Fresnel como una alternativa para dar solución a los problemas ambientales en materia de energías renovables partiendo de una superficie libre de forma. Se introduce el concepto del método de ajuste de interpolación de Lagrange para obtener la función partiendo de las coordenadas del contorno de la superficie plano-convexa con material de resina por acción de gravedad, la función genera una nueva superficie de revolución asimétrica alterando su forma original para trabajar espesores más delgados y menos pesados consiguiendo concentradores puntuales al reducir la formación de la envolvente llamada cáustica.

Palabras clave– Superficie, cáustica, concentradores, reflectores

INTRODUCCIÓN

Hoy en día se han implementado concentradores solares usando la forma geométrica más común como son: los de espejos en “V”, los parabólicos compuestos, los de concha marina, los de discos o de revolución parabólicos, los cilíndricos o de canal parabólico, los de disco o de revolución esféricos, los de lentes de Fresnel y los de espejos receptores planos llamados concentradores planos de Fresnel estos reflectores son cilindro parabólicos pero de baja curvatura. Se instalan a nivel del piso y siguen la trayectoria aparente del sol, y giran alrededor de ejes horizontales. Los reflectores concentran la radiación solar directa en un



CONGRESO
INTERNACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
E INNOVACIÓN
MULTIDISCIPLINARIO



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2018”

Multidisciplinario

19 y 20 de abril de 2018, Cortazar, Guanajuato, México

ISSN 2448-6035

absorbedor que se encuentra fijo a algunos metros de altura [1-2]. Este consiste en una torre lineal con la cavidad en su cara inferior, y el espejo más alejado se debe encontrar a una distancia igual a la altura del absorbedor [3], cabe mencionar que en la actualidad hay institutos en distintas partes del mundo que están trabajando con este tipo de concentradores por ejemplo *Instituto de Investigación en Energías No Convencionales en Argentina*, *Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico* [4] y el *Instituto de Energías Renovables* de la UNAM en México [5], Estos proyectos tienen la finalidad de buscar el uso de recursos energéticos renovables y no contaminantes para disminuir el consumo de combustibles fósiles y su consecuente emisión de contaminantes atmosféricos, además pueden brindar una solución ambiental sustentable, utilizando la radiación solar como fuente alterna de energía primaria.

En el presente trabajo se realiza un desarrollo para llevar una superficie libre de forma cónica a una superficie de Fresnel, en éste caso la función que satisface la superficie de resina que proviene de la formación del peso de la sustancia por acción de la gravedad, genera una superficie de revolución no simétrica, el radio de curvatura nos permite utilizar una décima parte del perímetro de una circunferencia de la función ya que es el área de interés, donde los rayos generan una concentración puntual y permite generar una pequeña envolvente llamada cáustica. La formación de la cáustica en una superficie geométrica como es la circunferencia solo abarca un cuarto del perímetro y coincide a un medio del radio, cabe mencionar que una superficie cónica es un caso particular, el termino cónicas [6] se refiere a la sección de revolución que forma la superficie libre de forma en el caso de un sistema de tres ejes, así como la correspondiente curva en el plano de dos ejes. Ésta superficie libre de forma del tipo Fresnel [7], puede tener varias aplicaciones como son: concentradores solares, como reflectores para sistemas de



CONGRESO
INTERNACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
E INNOVACIÓN
MULTIDISCIPLINARIO



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2018”

Multidisciplinario

19 y 20 de abril de 2018, Cortazar, Guanajuato, México

ISSN 2448-6035

iluminación, estufas solares, hornos solares, Calentadores de agua, para sistemas fotovoltaicos, para reactores fotoquímicos, etc.

OBJETIVOS GENERALES

Diseñar y construir una superficie como concentrador solar y/o de iluminación tipo Fresnel a partir de una superficie libre de forma, utilizando el contorno de una resina generada por acción de la gravedad se obtendrá una superficie convexa, y así obtener la función que satisface el modelo del arreglo experimental y generar una superficie cóncava, que dará paso a un concentrador de revolución del tipo Fresnel.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

1. Obtener una función partiendo de una superficie libre de forma.
2. Generar una superficie partiendo del método de ajuste de interpolación de Lagrange.
3. Segmentar la función y llevarlo a una superficie de Fresnel
4. Generar una superficie de revolución con un programa en CAD e imprimir el diseño en una impresora 3D.

METODOLOGÍA

La investigación se realizó partiendo de la superficie de resina formada experimentalmente que proviene de la formación por acción de la gravedad. La información del contorno de la superficie se obtuvo utilizando el método de ajuste de interpolación de Lagrange [8-9]. Con este método fue posible obtener la función de la superficie del arreglo experimental obteniendo un polinomio de cuarto orden, se realiza el trazo de rayos para descartar la zona que no satisface la concentración de luz, y posteriormente se traza una superficie de Fresnel partiendo de la nueva región de interés exportando el diseño para generar una superficie de revolución, y posterior a esto, su impresión en 3D.



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2018”

Multidisciplinario

19 y 20 de abril de 2018, Cortazar, Guanajuato, México

ISSN 2448-6035

El molde de la superficie libre de forma, hecha de resina por acción de gravedad. Se pesan 111 gr de resina de cristal, y 111 gr de catalizador, ambos se vierten en un recipiente para hacer una mezcla uniforme, se agita lentamente sin generar burbujas, manteniendo una agitación constante se vierte en el bastidor de 16 cm de diámetro, utilizándose un spray que permite que las burbujas salgan rápido al exterior, dejándose reposar y secar en un tiempo aproximado de 3 horas como se muestra en la Figura 1. Esta genera una forma de superficie plano-cóncavo con un espesor de 1.985 cm. En el Tabla 1 se muestra las características físicas de la superficie.



Figura 1: Modelo de la superficie plano-cóncavo de la resina.

Tabla 1: Propiedades física de la resina

Características	Resina
Masa	0.2483 kg
Volumen	0.00025 m ³
Peso	2.435 N
Densidad EQPP-CC-008	1.10 ± 0.02 $\frac{g}{cm^3}$
Temperatura	25° C
Peso Específico	9740 $\frac{N}{m^3}$
Área	0.0201 m ²
Presión	118.1750 Pa

Partiendo del contorno se trazan puntos de coordenadas y se emplea sólo cinco datos, si bien es cierto, se pudo tomar más datos y obtener un polinomio de un grado más alto, que tiende a tener muchas oscilaciones por lo que le resta importancia a la aproximación numérica y más aún para la visualización gráfica. Se obtiene la función polinomial de cuarto orden de la superficie como se muestra en la Ecuación 1.

$$f(x) = a_0x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x^1 + a_4x^0 \quad (1)$$



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2018”

Multidisciplinario

19 y 20 de abril de 2018, Cortazar, Guanajuato, México

ISSN 2448-6035

El método de ajuste de interpolación de Lagrange permite construir de una forma rápida y explícita del polinomio interpolador, donde los coeficientes toman los siguientes valores:

$a_0 = -0.01061$, $a_1 = 0.18916$, $a_2 = 0.06087$, $a_3 = -0.00878$, $a_4 = 0.00026$, y donde

$x = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots, \pm n$. El diámetro de la superficie se obtiene a partir de las raíces, en éste caso obtenemos cuatro raíces que cortan sobre el eje x , debido a que dos de ellas están fuera del diámetro se descartan estas son: x_1 y x_4 , sólo tomaremos dos que son de interés y son las siguientes: $x_2 = 0.055$ y $x_3 = 15.844$, esta se puede observar en la Figura 2.

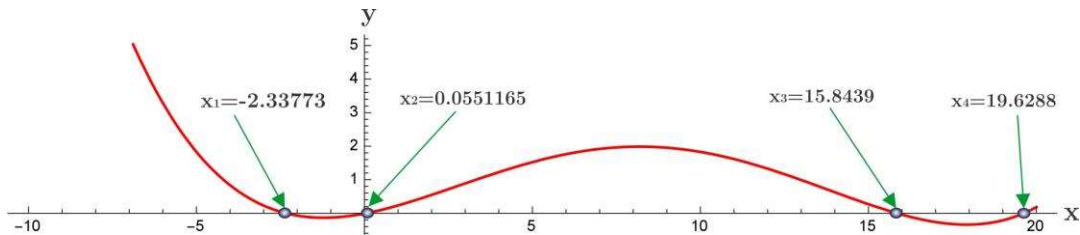


Figura 2: Gráfica de la función del polinomial de cuarto orden con intersección del eje x .

La sustitución de los valores de cada una de las variables antes obtenidas de las raíces permite estimar el área bajo la curva de la superficie de trabajo, integrando la función tenemos que es de 18.703 cm^2 .

“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2018”
Multidisciplinario
19 y 20 de abril de 2018, Cortazar, Guanajuato, México
ISSN 2448-6035

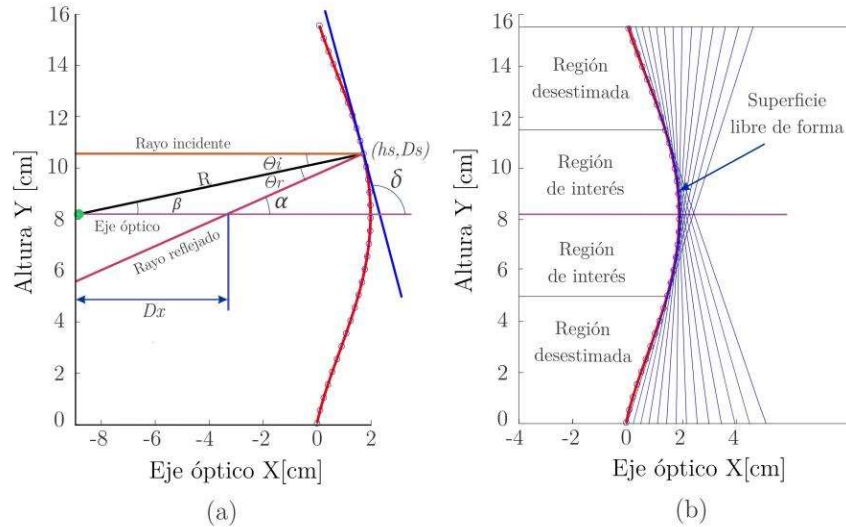


Figura 3: (a) Gráfica para el análisis del rayo reflejado. (b) Trazos de las normales sobre la superficie para desestimar las regiones que no son de interés.

A partir de la Figura 3(a) desarrollamos el análisis para el trazo de un sólo rayo para obtener la distancia D_x , ésta es la distancia que intersecta el rayo reflejado con el eje óptico, y aplicando la ley de senos, se considera otro valor conocido que es radio, $R = 10$, y los ángulos $\alpha = \theta_i + \theta_r$ y $\beta = \pi + \alpha$ aplicando trigonometría cuando $\text{sen}[\beta] = \text{sen}[\pi + \alpha]$, y sabiendo que la ley de Snell nos dice que el ángulo de incidencia θ_i es igual al ángulo reflejado θ_r , por lo tanto tenemos $\theta_i = \theta_r$ por lo que el $\text{sen}[\beta] = \text{sen}[\alpha] = \text{sen}[2\theta_i]$

$$D_x = \frac{R \text{sen}[\theta_r]}{\text{sen}[\theta_i]} \quad (2)$$

La recta de la normal se calcula con $\theta_i = \arctan\left[\frac{h_s}{D_s}\right]$, donde h_s y D_s son las coordenadas sobre el contorno que forma la función de la superficie, y la Ecuación 3 muestra la familia de las normales.

$$F(x)_n = \frac{h_s}{D_s} x \quad (3)$$



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2018”

Multidisciplinario

19 y 20 de abril de 2018, Cortazar, Guanajuato, México

ISSN 2448-6035

La tangente a la superficie de la función, es perpendicular a la normal y se obtiene de la Ecuación 4.

$$F(x)_t = \frac{h_s}{D_s} (x - D_s) + h_s \quad (4)$$

La obtención del rayo reflejado a la superficie de la función se considera la siguiente expresión $\text{sen}[\alpha] = \text{sen}[2\theta_i]$, si $\theta_i = \arctan\left[\frac{h_s}{D_s}\right]$ lo sustituimos en la ecuación de la recta y se tiene la Ecuación 5.

$$F(x)_t = \tan\left[2\left(\arctan\left[\frac{h_s}{D_s}\right]\right)\right](x - D_s) + h_s \quad (5)$$

Las ecuaciones anteriores no permiten trazar todos los rayos debido a que en las fronteras de nuestra función, la tangente conmuta hacia la parte interna como se muestra en la Figura 3(b). A partir de la Ecuación 6 se obtiene el radio de curvatura que envuelve a la función de la superficie del polinomio, así como los trazos de rayos para concentrar los rayos a una distancia focal efectiva (*EFL*). Las ecuaciones mostradas anteriormente son las que expresan de forma general cada trazo de rayo.

$$R = \frac{\left[1 + \left(\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}} \quad (6)$$

DESARROLLO

Para generar la superficie de Fresnel se divide la función en catorce puntos equidistantes, generando la misma cantidad de prismas en revolución asimétrico del polinomio, y considerando que la fuente de iluminación viene del infinito, para generar los trazos de rayos, se observa que los rayos son paralelos y equidistantes.

“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2018”

Multidisciplinario

19 y 20 de abril de 2018, Cortazar, Guanajuato, México

ISSN 2448-6035

La superficie muestra una altura máxima h_{max} que es el límite del arco que forma la región de interés que puede ser útil para generar un concentrador. Para este caso particular, no podemos hablar de reflexión total interna y de una altura crítica, ya que al trazar la tangente a la superficie en la superposición que genera el radio de curvatura con respecto a la función, y el rango de la superficie útil es cuando la altura $h_{max} = 11.57\text{cm}$ con $D_s = 1.46\text{cm}$ y $h_{min} = 5.063\text{cm}$ y $D_s = 1.54\text{cm}$, esto nos indica que no es simétrico como se muestra en la Figura 4(a), por lo tanto desestimamos esa sección de nuestra función que forma la superficie libre de forma Figura 4(b).

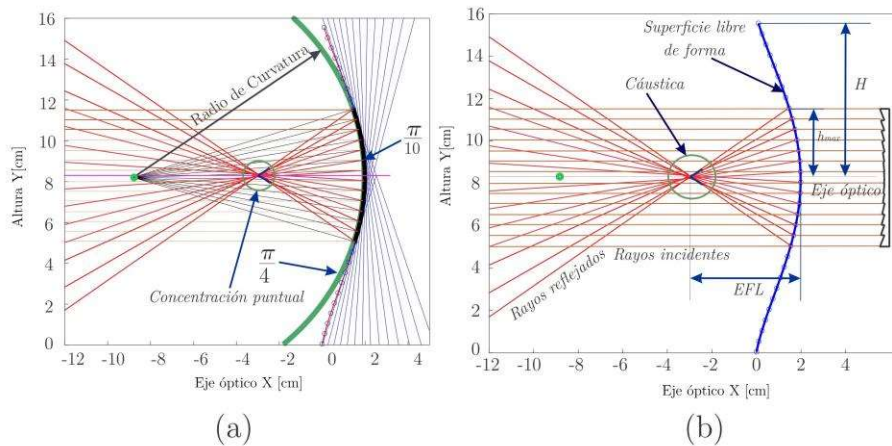


Figura 4: (a) Superposición del arco de la función polinomial respecto a la circunferencia. (b) Área de trabajo para generar la superficie de revolución asimétrico de Fresnel

Para el caso de trazos de rayo en una circunferencia como se muestra en la Figura 5(a), podemos generar la envolvente llamada cáustica utilizando sólo $\frac{\pi}{4}$ del arco de una circunferencia que se ubica a la mitad del radio, y podemos simular el trazo de rayos tomando el rango $\frac{\pi}{10}$, haciendo una superposición del arco de la función respecto a la superficie libre de forma en la región de interés

“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2018”

Multidisciplinario

19 y 20 de abril de 2018, Cortazar, Guanajuato, México

ISSN 2448-6035

como se muestra en la Figura 5(b), además de observar que se forma una pequeña envoltura de la cáustica, sin llegar a formarla completamente.

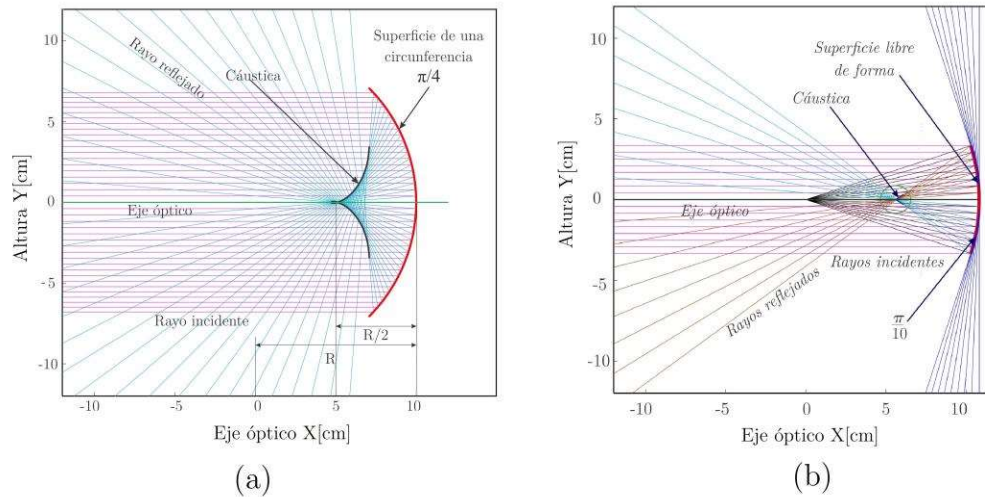


Figura 5: (a) Trazo de rayos en una superficie circular con un arco del círculo a $\frac{\pi}{4}$. (b) Trazo de rayos en una región de $\frac{\pi}{10}$ con una cáustica o envoltura menor.

Mediante el método de ajuste de interpolación de Lagrange se trazo el modelo de la superficie libre de forma tipo Fresnel con la ayuda de un programa en CAD y se genero una superficie de revolucion asimetrica como se muestra en la Figura 6(a), se exporto en el formato para impresión 3D con una escala 2:1. La superficie obtenida se cubrio una pintura cromada como se muestra en la Figura 6(b) realizando pruebas con sistemas de iluminación led de alta potencia de 30 Watts, y para la Figura 6(c) se colocó aluminio adherible para generar un sistema reflectivo haciendo pruebas como concentrador solar.

“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2018”

Multidisciplinario

19 y 20 de abril de 2018, Cortazar, Guanajuato, México

ISSN 2448-6035

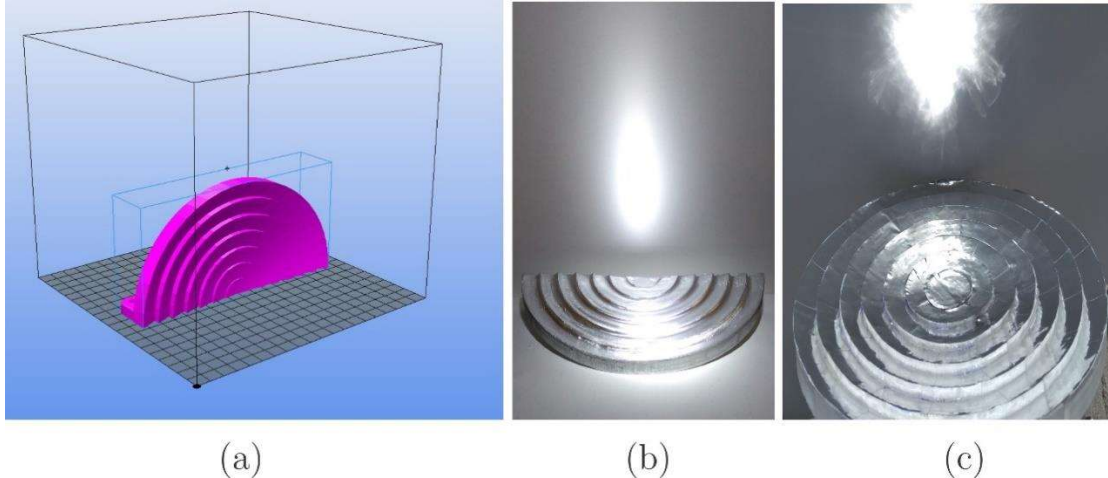


Figura 6: (a) Diseño de la superficie de Fresnel en 3D. (b) Superficie de Fresnel bajo un sistema de iluminación de LED de alta potencia de 30Watts. (c) Superficie de Fresnel en revolución como concentrador solar con un reflejante de aluminio adherible.

CONCLUSIONES

Durante el análisis de trazos de rayos en la superficie libre de forma, se detectó que hay zonas que no son útiles y estas se pueden desestimar, debido a que la región no afecta en la concentración de luz, por lo que se utiliza un 50 % aproximado de la superficie del concentrador tipo Fresnel, que alcanza un promedio de temperatura entre los 300 °C y 400 °C, las regiones que se desprecian es debido a que generan cáusticas virtuales y puede ser causa de la permutación de las tangentes a la superficie libre de forma, pero particularmente se mantiene la distancia focal que es de interés para nuestro análisis.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Universidad Nacional Autónoma de México, al Centro Tecnológico de la Facultad de Estudios Superiores Aragón por las facilidades en el uso del Laboratorio de Medición e Instrumentación y Control por el manejo de los equipos de instrumentación



CONGRESO
INTERNACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
E INNOVACIÓN
MULTIDISCIPLINARIO



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2018”

Multidisciplinario

19 y 20 de abril de 2018, Cortazar, Guanajuato, México

ISSN 2448-6035

REFERENCIAS

- [1] [PaolaBoito](#), [RobertoGrena](#) “Optimal focal length of primary mirrors in Fresnel linear collectors”, [Volume 155](#), October 2017, Pages 1313-1318
- [2] Paola Boito, Roberto Grena, “*Optimization of the geometry of Fresnel linear collectors*”, Sol. Energy, Volume_135, 2016, pp 479-486
- [3] L. Saravia 1, M. Gea, C. Fernández, R. Caso, D.I Hoyos, N.I Salvo y H. Suligoy. (2008). “*Diseño y construcción de un concentrador lineal de Fresnel de 24 m2 de área*”. Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente, Vol. 12, 119-124.
- [4] Kussul E., Baidyk T., Lara F., Saniger J., Bruce N., Estrada C. (2008). “*Micro facet solar concentrator*”. International Journal of Sustainable Energy, 27 (2), 61-71
- [5] N. Velázquez, O. García-Valladares, D. Saucedo, “*Numerical Simulation of a Linear Fresnel Reflector Concentrator used as a Direct Generator in a Solar-GAX Cycle*”, Energy Conversion and Management, 2010, Vol. 51, No. 3, pp. 434-445.
- [6] A. Cornejo Rodríguez. O. Cardona Núñez, Pedraza Contreras. “*Significado de la superficie causticas en óptica*”. Revista Mexicana de Fca, 13(52):123–456, March 1983
- [7] [R.Abbas](#), [M.J.Montes](#), [M.Piera](#), [J.M.Martínez-Val](#), “Solar radiation concentration features in Linear Fresnel Reflector arrays”, Solar Wind Technol, 6 (5) (2012), pp. 133-144
- [8] Juan Manuel Izar Landeta. “Elementos de Métodos Numéricos para Ingenieros”. San Luis Potosi, 1998.



CONGRESO
INTERNACIONAL
DE INVESTIGACION
E INNOVACION
MULTIDISCIPLINARIO



“CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2018”

Multidisciplinario

19 y 20 de abril de 2018, Cortazar, Guanajuato, México

ISSN 2448-6035

[9] [Lam H. Nguyen](#), [Dominik Schillinger](#) “A collocated isogeometric finite element method based on Gauss–Lobatto Lagrange extraction of splines”, Volume 316, 1 April 2017, pp 720-740