



APLICACIÓN DE LA MECÁNICA DEL DAÑO A LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL

Jaime Retama Velasco¹, Gelacio Juárez Luna² y A. Gustavo Ayala Milián³

RESUMEN

En años recientes, el desarrollo de nuevas formulaciones y métodos de la mecánica del daño para la solución de problemas estructurales ha tenido un avance importante. Con los avances actuales en los métodos de solución es posible no sólo el modelado de estructuras con grietas preexistentes, sino también es posible simular la degradación que experimentan los materiales en su evolución al colapso.

En este artículo se presentan algunas formulaciones para simular el proceso de falla en materiales en estructuras de ingeniería civil, basadas en modelos de la mecánica del daño en sus versiones continua y discreta. En la continua, el daño se distribuye en todo el elemento, mientras que en su versión discreta, el daño se localiza en una banda con espesor cero. Se discuten el potencial de los elementos finitos y de los libres de malla con las aproximaciones de agrietamiento distribuido y discontinuidades interiores; para demostrar su potencial se presentan resultados de algunos ejemplos ilustrativos de interés en el ámbito de la ingeniería estructural.

ABSTRACT

In recent years, the development of new formulations and methods of damage mechanics for the solution of structural problems has had an important advance. With the current advances in the solution methods, it is possible not only the modelling of structures with pre-existing cracks, but also it is possible to simulate the degradation that the materials experience in its evolution to the collapse.

In this paper, some formulations are presented to simulate the material failure process in civil engineering structures. These formulations are based on the continuous and discrete versions of damage mechanics models. In continuous version, the damage is smear over the element, while in the discrete version; the damage is localized in a band with zero thickness. The capability of the finite elements and the free element method with smear cracking and embedded discontinuities are discussed. Some illustrative examples are presented to show their capability to solve structural engineering problems.

INTRODUCCIÓN

Algunas obras de ingeniería presentan problemas de agrietamiento una vez concluida su construcción. El desarrollo de nuevas metodologías para modelar la aparición de grietas dentro de un sólido, y el seguimiento de su propagación ayuda a comprender el comportamiento de las estructuras bajo acciones extraordinarias para las cuales no fueron diseñadas y que eventualmente pueden producir el colapso gradual de una estructura.

¹ Estudiante de Doctorado, jretamav@iingen.unam.mx *

² Estudiante de Posdoctorado, juarezl@iingen.unam.mx *

³ Profesor Investigador, gayalam@iingen.unam.mx *

* Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, Circuito Escolar, Ciudad Universitaria, 04510 México, D. F. Teléfono: (55)5623-3500 1013; Fax: (55)5623-3600 8050.

Normalmente el estudio sobre el agrietamiento en elementos estructurales no forma parte del diseño estructural debido a que no es deseable que una estructura trabaje en condiciones que la lleven al colapso. Sin embargo, pueden existir condiciones extraordinarias, para las cuales no se diseñó la estructura, que pueden llevarla a una falla catastrófica que demande la necesidad de un conocimiento profundo de los diversos mecanismos que pueden dar origen a grietas y de su evolución bajo condiciones de daño acumulado. Actualmente se admite en general que todo estudio que se realice dentro de la mecánica de fractura, se haga una vez que las estructuras han sido construidas; es decir, cuando aparecen los primeros problemas que pudieron haberse estudiado con anticipación.

La propia no linealidad intrínseca al fenómeno de fractura, dificulta su estudio, por lo que se requiere de técnicas numéricas avanzadas para garantizar su correcto tratamiento. Los avances que hoy día se dan en el campo de la computación, han permitido el desarrollo de nuevas formulaciones de modelos para simular el comportamiento del material con mayor precisión a la realidad del fenómeno físico.

A principios del siglo XX, Inglis (1913) empezó a estudiar, de manera formal, el fenómeno de fractura en materiales frágiles introduciendo el concepto de concentración de esfuerzos. Posteriormente, Griffith (1921) mejoró la formulación de Inglis apoyado en resultados experimentales. Los avances más significativos en esta área, se dieron hasta mediados del siglo XX, cuando Irwin (1956 y 1957) estudió el comportamiento en la punta de la grieta e introdujo el concepto de energía de fractura, que actualmente se utiliza ampliamente en todas las teorías utilizadas para simular el daño. Paralelamente a los trabajos de Irwin, Orowan (1955) estudió los criterios y tipos de fractura para dar paso al nacimiento de los conceptos de factor de intensidad de esfuerzos, fragilidad y tenacidad.

Años más tarde nacen los primeros modelos para simular el comportamiento de los materiales bajo condiciones de daño y más tarde se inicia la inclusión de estos conceptos dentro de nuevas técnicas numéricas para su implementación con programas de computadora.

Aproximadamente en el año de 1960 nace una alternativa distinta a la mecánica de fractura para el estudio de este fenómeno. De esta forma, dentro de la mecánica de los medios continuos se comienzan a desarrollar varias formulaciones orientadas al estudio del problema de la falla en estructuras, utilizando algunos conceptos introducidos anteriormente por la mecánica de fractura. En el año de 1967 Ngo y Scordelis publican un trabajo que fundamenta el problema de agrietamiento en sólidos dentro del contexto de la mecánica del medio continuo.

Es así como la mecánica del medio continuo con ayuda de técnicas numéricas como el método de los elementos finitos, ha dado formulaciones más coherentes al problema de la falla en materiales; permitiendo la incorporación de modelos constitutivos más complejos que los utilizados por la mecánica de fractura.

En este trabajo se clasifican las aproximaciones, dentro del contexto de la mecánica del daño, como continuas y discretas. Para definir estas aproximaciones, considérese la placa de la figura 1 sujeta a tensión por una carga P hasta que ésta alcanza su carga límite, $P = 1$, posteriormente, se presenta un blandamiento producido por una degradación del material, hasta que la carga $P=0$. Para simular este problema con una aproximación continua se considera que el daño se localiza en el área o volumen del elemento, y en una aproximación discreta se considera que el daño se localiza en una línea o superficie con un espesor, k , que tiende a cero (ver figura 2). Para la formulación de discontinuidades interiores en su aproximación discreta, esta zona se localiza dentro de los elementos; mientras que para una formulación utilizando elementos de interfaz la discontinuidad pasa por las fronteras de los elementos. La zona de localización se caracteriza por la concentración de deformaciones inelásticas en una banda estrecha, puesto que ésta inicia con la formación de microfisuras y su coalescencia que gradualmente se convierte en una discontinuidad macroscópica, mientras que el material en la vecindad se descarga.

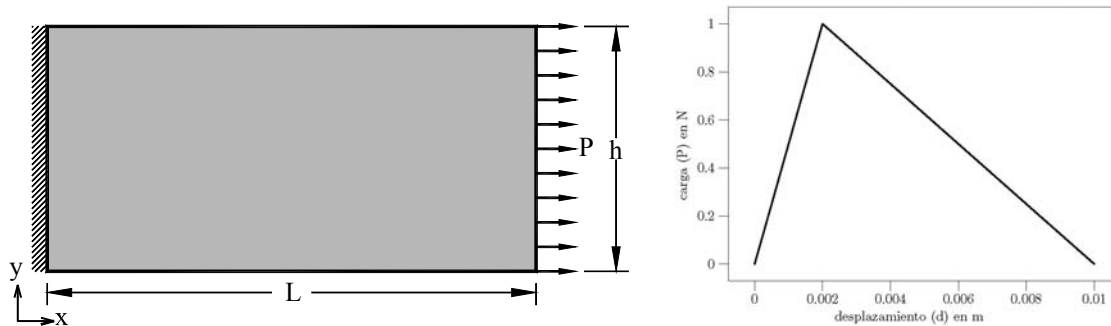


Figura 1 Placa sujeta a tensión

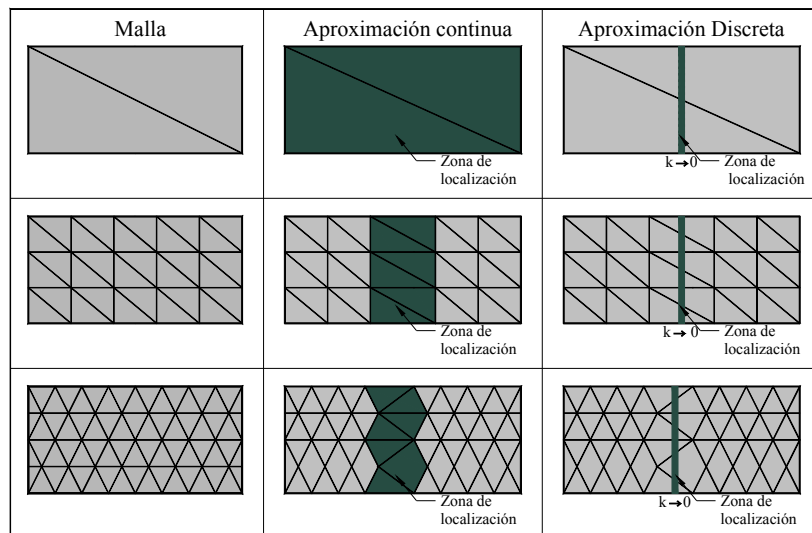


Figura 2 Solución con aproximación continua y discreta

En la tabla 1 se enlistan aproximaciones al problema de simulación de daño con base en la mecánica de daño continuo y discreto.

Tabla 1 Aproximaciones al problema de simulación de daño con base en la mecánica de daño

Aproximación continua	Aproximación discreta
Plasticidad	Mecánica de Fractura lineal elástica
Agrietamiento distribuido	Modelo de grieta cohesiva
Mecánica del daño continuo	Discontinuidades interiores

APROXIMACIONES DE LA MECÁNICA AL PROBLEMA DE DEGRADACIÓN EN MATERIALES

En la actualidad se han alcanzado desarrollos importantes en la creación de nuevos y más potentes sistemas de cómputo que han permitido, la formulación e implementación de nuevas aproximaciones al problema de degradación de los materiales. Este auge ha propiciado el modelado de problemas a niveles de complejidad que nunca antes se habían considerado. Bajo este contexto hoy en día se pueden encontrar métodos que simulan el comportamiento de los materiales a niveles atómicos como ocurre en los análisis de los denominados nanotubos. En lo que resta de este artículo, sólo se abordarán métodos que estudian la falla a niveles macroscópicos.

MECÁNICA DE FRACTURA

La mecánica de fractura, como una rama de la mecánica de cuerpos deformables, se encarga del estudio de sólidos agrietados, principalmente en materiales frágiles, en los que busca determinar la distribución de esfuerzos y deformaciones, particularmente en la punta de las grietas, donde las deformaciones son no acotadas. La mecánica de fractura se clasifica como Mecánica de Fractura Elástica Lineal (MFEL) cuando el proceso mecánico que se desarrolla para generar una grieta, no presenta mecanismos plásticos. Por el contrario, cuando en la punta de una grieta los esfuerzos superan el límite elástico, desarrollando plasticidad o cualquier otro mecanismo inelástico, se clasifica como Mecánica de Fractura Elástica no Lineal.

En la MFEL, el estado de esfuerzos y desplazamientos en la cercanía de la punta de una grieta pueden describirse por una sola constante denominada Factor de Intensidad de Esfuerzos, K , la cual está relacionada con la razón de energía liberada. En la mecánica de fractura se consideran tres modos de falla independientes: I) apertura, II) cortante en el plano y III) cortante fuera del plano (ver figura 3).

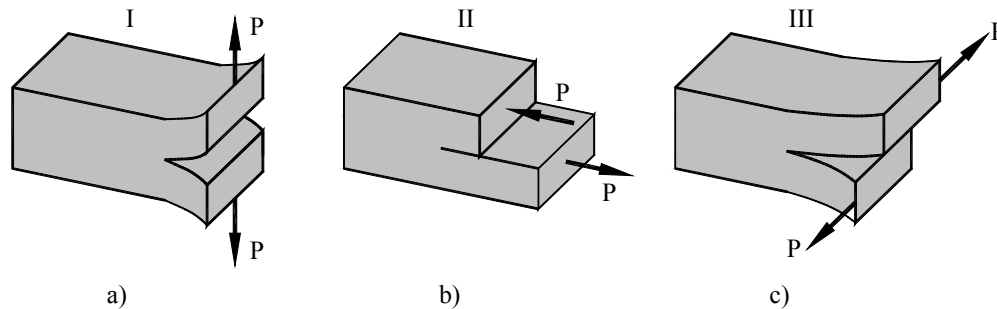


Figura 3 Modos de falla

El factor de intensidad de esfuerzos, K , se emplea como un criterio de propagación, al compararse con el factor de intensidad de esfuerzos crítico, K_c , definido como una propiedad de tenacidad del material la cual se determina en pruebas de laboratorio. Ambos se pueden definir en forma independiente para cada uno de los modos de fractura.

La MFEL simula el proceso de falla en materiales con el apoyo de los métodos numéricos, principalmente mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF) y el Método de las Ecuaciones Integrales de Frontera (MEIF). En aproximaciones de elementos finitos, para simular la propagación de la grieta, es necesario remallar el dominio en la región de la grieta usando un procedimiento como el de Swenson e Ingrassia (1987) mostrado en la figura 4, en el que dada la configuración inicial de la malla alrededor de la punta de una grieta (a), se eliminan el grupo de elementos vecinos y se extiende la grieta dentro de esta región (b). Posteriormente, se colocan elementos finitos de puntos cuartos en la punta de la grieta y, finalmente, se construye la malla de transición entre los elementos especiales y la malla original (c). El proceso de propagación se detiene cuando el Factor de Intensidad de Esfuerzos, K_I , es menor al valor crítico, K_{IC} , que es un parámetro que depende del material.

Las ventajas de la MFEL es que localiza la discontinuidad en forma física mediante la aparición de una grieta y da resultados satisfactorios en materiales frágiles. Sin embargo, este método tiene como desventajas el costo computacional adicional por el remallado en cada paso del análisis y la limitante que es capaz de simular el proceso de agrietamiento solamente si se tiene una grieta inicial en estructura con materiales frágiles.

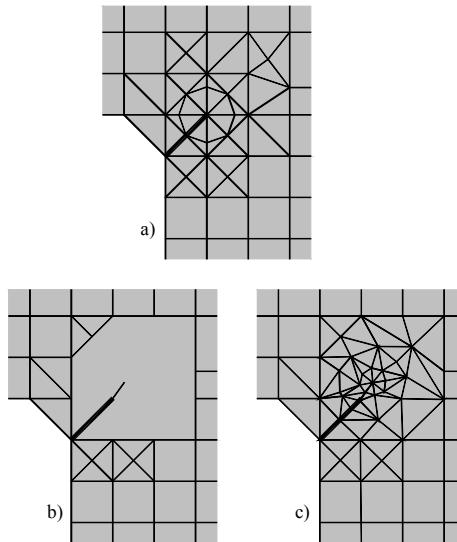


Figura 4 Procedimiento de remallado empleado en la propagación de grietas

MECÁNICA DEL DAÑO

Existe una gran cantidad de formulaciones basadas en la mecánica del medio continuo para simular el daño en estructuras con materiales dúctiles y frágiles. La mecánica del medio continuo utiliza modelos constitutivos, formulaciones matemáticas, para describir el comportamiento físico macroscópico de un sólido. En general, todas estas formulaciones se caracterizan por utilizar relaciones constitutivas deformación-esfuerzo, daño continuo, o tracción-desplazamiento, para el daño discreto, y que no consideran la existencia de discontinuidades previas al análisis; es decir, se inicia el estudio del continuo desde un estado hipotéticamente sin daño que bajo ciertas condiciones se formarán bandas de localización de deformaciones donde los efectos no lineales conllevarán una degradación del material caracterizado como zonas de debilidad con un ancho definido donde se distribuye el agrietamiento, daño continuo, o como discontinuidades físicas, daño discreto.

Formulación de daño continuo

Para representar el proceso físico de falla, los modelos constitutivos de daño continuo, permiten representar el comportamiento no lineal de los materiales en los que ocurre una degradación de rigidez, una vez que se alcanza un valor umbral del material. En las formulaciones de daño continuo los modelos constitutivos se describen en términos generales como: 1) modelos elásticos, que pueden ser lineales o no lineales, 2) modelos de la plasticidad y 3) modelos de daño, que describen la degradación del material con ablandamiento

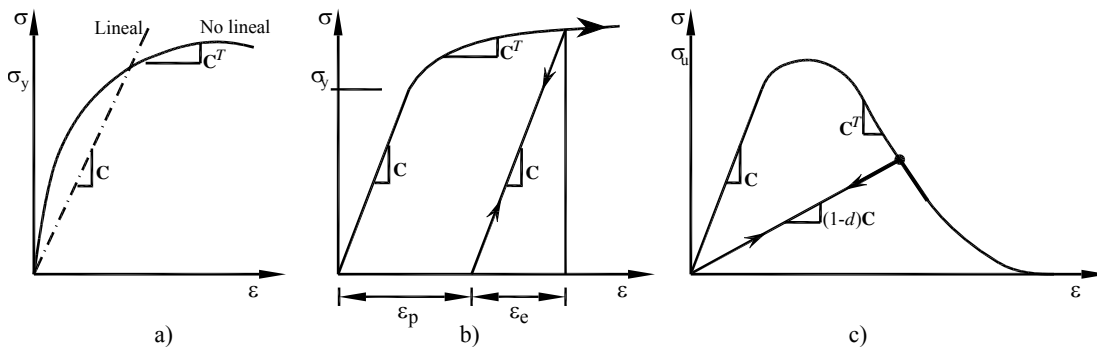


Figura 5 Modelos constitutivos continuos: a) elástico, b) elastoplástico y c) modelos de daño

Una de las formulaciones continuas para el estudio del daño en materiales es la mecánica del daño continuo, que utiliza variables continuas relacionadas con la densidad de estos defectos para describir el deterioro del material antes de la iniciación de macrofisuras. La mecánica del daño fue introducida por primera vez por Kachanov (1958), quién propuso la variable de daño como un escalar que varía entre 0 y 1 (daño isotrópico). A partir de este trabajo, se ha desarrollado la mecánica del daño, que permiten su aplicación a problemas prácticos de ingeniería. Los modelos de daño anisotrópico fueron desarrollados por Lemaitre y Chaboche (1978).

Otra aproximación que ha tenido popularidad en el análisis de estructuras de concreto mediante elementos finitos es el modelo de agrietamiento distribuido introducido por Rashid (1968), el cual representa la pérdida de rigidez del material como un conjunto de grietas paralelas entre sí distribuidas sobre un elemento finito (figura 6). Lo anterior se puede simular convenientemente al reducir la rigidez y resistencia del material en la dirección normal a las grietas después de alcanzar la resistencia última del material. La evolución del proceso de falla de una estructura involucra el ablandamiento, que se refiere al decrecimiento de los esfuerzos y un incremento de las deformaciones en forma gradual.

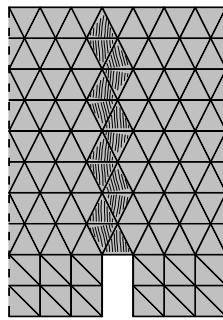


Figura 6 Modelo de agrietamiento distribuido

La ventaja principal del modelo de agrietamiento distribuido es que no necesita remallado durante el proceso de simulación del proceso de la falla, sin embargo, cuando se presenta ablandamiento de deformaciones en el análisis, el modelo de agrietamiento distribuido presenta dificultades que en principio eran desconocidas o no se apreciaban (Rots, 1988). Éstas consisten en:

- Objetividad de la malla. Los resultados son afectados por el tamaño y la orientación de los elementos, este efecto puede ser reducido utilizando mallas finas;
- Modos cinemáticos falsos. Producidos por la falta de convergencia en el análisis; y
- Atoramiento de los esfuerzos. Fenómeno que ocurre como consecuencia de la compatibilidad de desplazamientos entre elementos y de que la grieta no está alineada con un borde del elemento finito que la contiene. En consecuencia, el elemento en el interior de la banda de ablandamiento impone deformaciones a los elementos vecinos; si los elementos vecinos limitan dichas deformaciones, se produce un atoramiento de los esfuerzos en el interior y no llega a descargarse la banda por el ablandamiento.

Formulación de daño discreto

La formulación de daño discreto, al igual que la de daño continuo, estudia la degradación del material utilizando conceptos de la mecánica de fractura, como el concepto de energía de fractura, apoyada en la mecánica del medio continuo. Sin embargo, en esta formulación se recurre a relaciones constitutivas del tipo tracción-desplazamiento en la zona de la discontinuidad, mientras que en el resto del continuo, se utilizan relaciones constitutivas deformación-esfuerzo en el rango elástico, lineal o no-lineal, ya que esta zona tiende a descargarse mientras que el daño sólo se concentra en la zona de la discontinuidad.

Estrictamente hablando, no existe una discontinuidad física dentro del dominio, en su lugar se considera una grieta cohesiva en la que existe transmisión de esfuerzos a través ésta. Este concepto fue inicialmente introducido por Barenblatt (1962) y Doudale (1960) para representar diferentes tipos de no linealidades

localizados al frente de una grieta existente en materiales como el metal, polímeros, cerámicas y geomateriales. En la figura 7 se puede observar la caracterización del material en la zona de la discontinuidad.

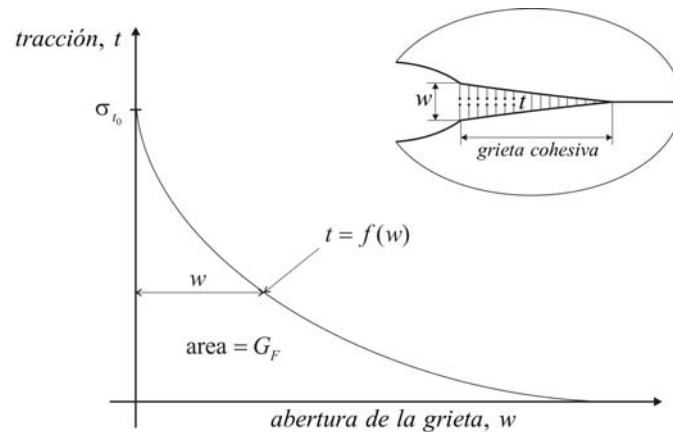


Figura 7 Definición general de la curva de ablandamiento (tracción-desplazamiento)

La curva de ablandamiento mostrada en la figura 7, es característica de cada material y se obtiene en laboratorio. Este tipo de curvas es distinta incluso para cada tipo de concreto; por tal motivo se han realiza diversos experimentos de laboratorio para tratar de obtener una curva globalmente válida para el concreto. Hillerborg en 1976 utilizó por primera vez los modelos de grieta cohesiva para simular el degradación en el concrete bajo condiciones iniciales sin agrietamiento. Esta aproximación se basa en considerar que hasta antes de la carga máxima, las deformaciones en el continuo se distribuyen uniformemente; sin embargo después de este punto, éstas se concentran en una zona dando origen a una discontinuidad física, ver figura 8.

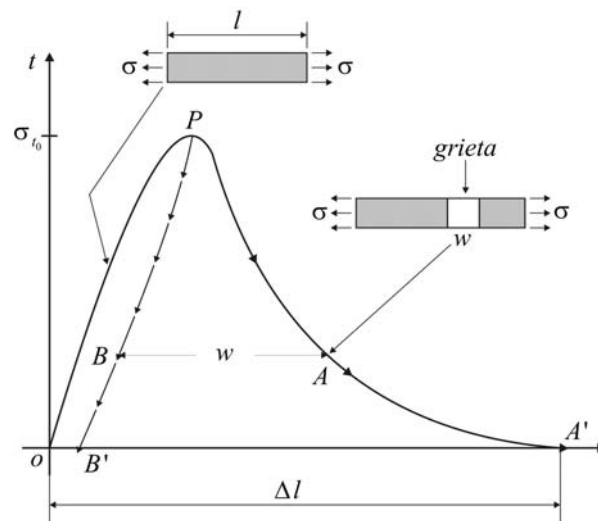


Figura 8 Idealización de una prueba a tensión según Hillerborg

Los resultados experimentales de Heilmann, *et al.* (1969), mostraron que después de la carga máxima, las deformaciones se concentran en una banda estrecha que posteriormente evoluciona en una discontinuidad física, mientras que el resto del continuo se descarga.

Hillerborg describe los resultados obtenidos de la prueba de laboratorio para la barra de la figura 8 como una evolución del daño que comprende diversas etapas hasta el colapso de la estructura.

Hasta el punto máximo de la curva, las cargas se incrementan gradualmente mientras que las deformaciones permanecen uniformemente distribuidas sobre todo el dominio (arco OP). En este punto de carga, las deformaciones se concentran en alguna parte del continuo dando origen a una grieta cohesiva normal al eje de la barra (en la parte más débil de la sección transversal). Posterior al punto máximo de carga, la grieta empieza a abrir mientras aún transmite esfuerzos a través de sus bordes, al mismo tiempo el resto del continuo se descarga y sus deformaciones decrecen uniformemente a lo largo de la rama descendente PB.

El modelo de grieta cohesiva, en su forma más simple, hace las siguientes consideraciones:

1. El material que se encuentra fuera de la zona donde se desarrolla el agrietamiento es considerado como isotrópico lineal elástico, con un módulo elástico E y relación de Poisson ν .
2. Se considera que aparece una grieta en un punto del dominio, cuando en éste los esfuerzos principales son iguales o mayores al esfuerzo de tensión σ_{to} ; y la grieta se propaga perpendicularmente a la dirección del esfuerzo principal máximo. En este punto, se considera que la grieta aparece sólo por esfuerzos de tensión, no de cortante.
3. Cuando el análisis es limitado al modo I de fractura, entonces los esfuerzos que se transfieren a través de las paredes de la grieta están dados por:

$$t = f(w) \quad (1)$$

DESARROLLOS RECIENTES EN EL INSTITUTO DE INGENIERÍA A LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL

Dentro del grupo de Mecánica Numérica del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, se han realizando trabajos de investigación orientados a la simulación del proceso de agrietamiento en estructuras en el área de Ingeniería Civil (Fernández, 2002 y Juárez, 2006) como son: estructuras masivas de concreto, agrietamiento de suelos por efectos de la presión hidrostática, deslizamiento de taludes, entre otros.

Adicionalmente a los modelos de daño continuo que se han implementado numéricamente, dentro del grupo de investigación, se trabaja en la implementación numérica de la formulación de discontinuidades interiores, en su aproximación continua, donde se recurre a modelos de daño discreto, Retama y Ayala (2008). La implementación de esta aproximación, se lleva a cabo mediante el método de los elementos finitos en su formulación de desplazamientos y mixta, desplazamientos-deformaciones.

Un proyecto de investigación reciente abordado dentro del grupo, es la implementación de los modelos de daño continuo y discreto utilizando el método de los elementos libres de malla, Saucedo y Ayala (2008). Este trabajo es parte del trabajo de investigación doctoral del M. en C. Felix Antonio Saucedo Esquivel.

MÉTODO DE DISCONTINUIDADES INTERIORES

El método de discontinuidades interiores simula una discontinuidad, que puede ser una grieta, fractura o línea de deslizamiento, mediante un salto en el campo de desplazamientos experimentado por el continuo durante el proceso de deformación. En años recientes se han estudiado y desarrollado los llamados elementos finitos con discontinuidades interiores (ver figura 9), los cuales capturan el salto del campo de desplazamientos en el grueso del elemento; sin embargo, algunos de estos presentan problemas de dependencia del tamaño y orientación de la malla, así como de atoramiento de esfuerzos.

Recientemente Juárez y Ayala (2005) desarrollaron una formulación de elementos finitos cinemáticamente consistentes, capaces de capturar la discontinuidad dentro de su dominio, además de que no presentan problemas de atoramiento de esfuerzos, mejoran la estabilidad numérica y disminuyen el tiempo de cómputo en la solución proporcionando resultados confiables. Esta formulación puede extenderse a problemas en dos y tres dimensiones para la solución numérica de problemas de localización de deformaciones en problemas

reales de ingeniería. Esta formulación proporciona una solución general al problema de localización de deformaciones.

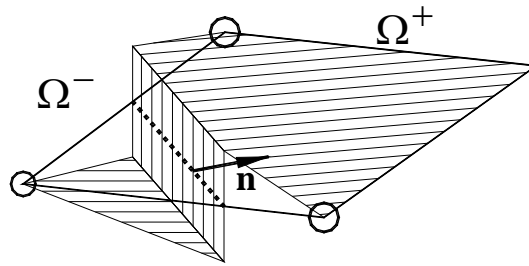


Figura 9 Elementos finitos con discontinuidades interiores

En este trabajo se desarrollan modelos numéricos para simular la aparición de bandas de localización en sólidos cuasi-frágiles, así como su propagación durante el proceso de daño. Inicialmente se estudia en una y dos dimensiones para posteriormente hacerlo para problemas en tres dimensiones. Actualmente, se realiza la implementación de la formulación obtenida en un programa de computadora, FEAP (Taylor, 2001), para su aplicación al modelado de problemas de interés, con el que se e realizan aplicaciones novedosas de la mecánica del daño (Retama y Ayala, 2008).

Los resultados obtenidos en este trabajo de investigación, ayudarán a estudiar el problema de agrietamiento en estructuras masivas de concreto (presas, puentes y túneles, entre otras) en las que inicialmente se presentan como fisuras aisladas las cuales progresivamente evolucionan en macrogrietas que eventualmente conllevan a la estructura al colapso. En la figura 10 se observa una viga, denominada de cuatro puntos por sus condiciones de apoyo y carga, con una muesca inicial por donde se espera que se propague la discontinuidad.

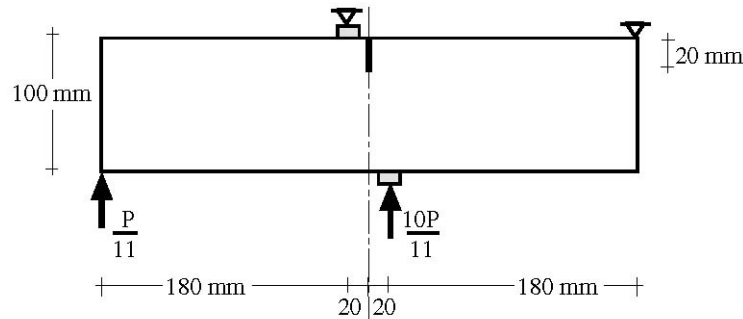


Figura 10 Viga de cuatro puntos con

La simulación numérica del ejemplo de la figura 10 se realizó mediante la formulación de discontinuidades interiores en su aproximación discreta. Se aplica una carga de forma incremental hasta llevar a la estructural al colapso total. En la figura 11 se muestra la malla deformada donde se aprecia la propagación de la grieta dentro del continuo.

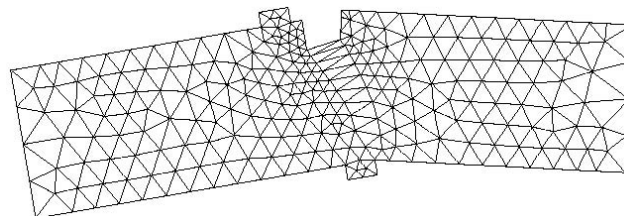


Figura 11 Malla deformada de la viga de cuatro puntos

Este tipo de modelos serán de particular utilidad en el análisis de estructuras de mampostería, puesto que permite la representación de todas las etapas del comportamiento de las estructuras y de los elementos en donde se presentan grietas aisladas en su evolución al colapso.

Actualmente se desarrolla el trabajo de investigación doctoral del M.C. Jaime Retama Velasco, quien continúa con el desarrollando de este tema de investigación, precedido por los trabajos de Juárez (2006) y Fernández (2002).

MÉTODOS LIBRES DE MALLA

Recientemente los métodos libres de malla han adquirido un interés considerable en la comunidad científica; éstos son métodos numéricos que no requieren de una discretización del espacio físico en una malla continua de elementos o volúmenes, pues la aproximación se realiza totalmente en términos de los nodos (usualmente llamados partículas dentro del contexto de los métodos libres de malla), ver figura 12. Esto tiene la ventaja de evitar problemas numéricos asociados a los métodos estándares basados en mallas como el MDF y el MEF. Los métodos libres de malla más comunes se obtienen a partir de una formulación variacional similar a la de MEF, pero con funciones de forma diferentes construidas exclusivamente con la posición relativa de los nodos. Aunque por lo general se usan en formulaciones Lagrangianas, los MLM también pueden emplearse en una formulación Euleriana en las mismas aplicaciones que el MEF y el MVF.

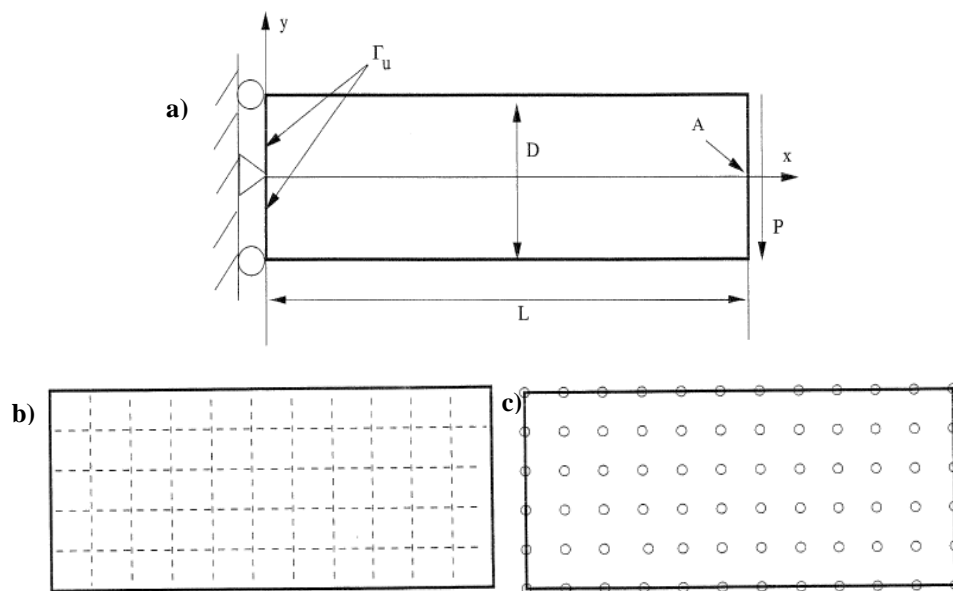


Figura 12 Modelado de un elemento en 2D a) Modelo físico, b) discretización con el MEF y c) discretización con el MLM

Para este trabajo de investigación se realiza una formulación energética como la desarrollada por Juárez y Ayala (2008) y su aproximación mediante los métodos libres de malla, buscando que la simulación numérica sea lo más aproximada al comportamiento real de elementos estructurales con falla localizada. La figura 13 muestra ejemplos en que métodos de solución que utilizan malla presentan problemas con el remallado y el manejo de grandes deformaciones, lo que origina inestabilidad numérica y pérdidas en la exactitud de la solución. La fig. 13(a) muestra un ejemplo de grandes deformaciones obtenidas de simular el aplastamiento de un cilindro y la fig. 13(b) ilustra la simulación de bandas de cortante (localización de deformaciones) por lo que la motivación del desarrollo y la aplicación de los métodos libres de malla ofrecen un avance muy fructuoso en la simulación numérica de problemas caracterizados por el daño.

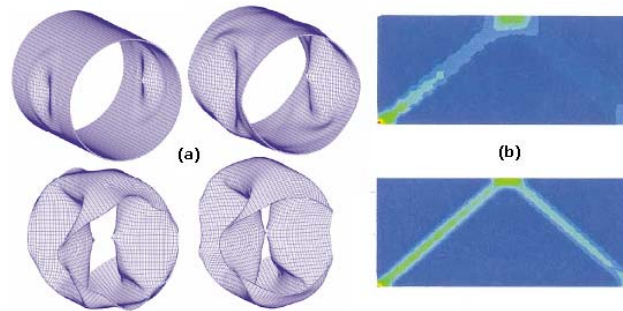


Figura 13 Aplicaciones de los métodos libres de malla: a) grandes deformaciones y b) localización de deformaciones

MÉCANICA DEL DAÑO CONTINUO

Otros de los desarrollos recientes, realizada por Juárez *et al.* (2007), para simular el daño en materiales consiste de una formulación variación mixta, desplazamiento-deformación, su aproximación con elementos finitos y su implementación en el programa FEAP. En la aproximación de esta formulación con elementos finitos, en cada nodo de los elementos en 2D se interpolan dos desplazamientos y tres deformaciones, mientras que en 3D se interpolan tres desplazamientos y seis deformaciones. La validación de esta formulación se muestra con los tres ejemplos mostrados en la siguiente sección (Juárez y Ayala, 2008).

Espécimen sujeto a cortante simple

La estructura consiste en un sólido rectangular de 5 m de longitud por 1 m de altura (ver figura 14), bajo condiciones de deformación plana; este problema fue estudiado por Borja (2000) con una formulación estándar de elementos finitos de desplazamiento. Para el estudio de este problema se construyeron tres mallas de elemento finitos: dos regulares/estructuras con diferente grados de refinamiento y, una tercera, irregular en la que ninguno de los lados del elemento es paralelo a la banda potencial de cortante (ver figura 15). La base de la estructura se restringe con apoyos fijos, mientras que la parte superior de la estructura se sujeta a apoyos que se mueven uniformemente en la dirección positiva de la dirección horizontal.

En los extremos verticales de las mallas tienen apoyos libres en la dirección horizontal para evitar posible efectos de frontera, garantizando una deformación homogénea antes de la localización. Las propiedades del material son: módulo de elástico, $E= 26,000$ kPa, relación de Poisson $\nu=0.30$, y el esfuerzo de fluencia a cortante simple, $\sigma_y=20$ kPa.

Las mallas deformadas se muestran en la figura 15, donde la zona de degradación por cortante se presenta en los elementos centrales. En la figura 16 se muestran las curvas fuerza cortante contra desplazamiento para los valores del módulo de ablandamiento discreto $H=-0.10$ y $H=-0.12$. En todos los casos, las soluciones proporcionadas por todas las mallas, después de la localización, son idénticas.

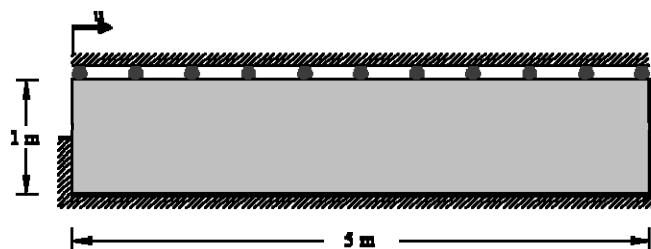


Figura 14 Espécimen sujeto a cortante

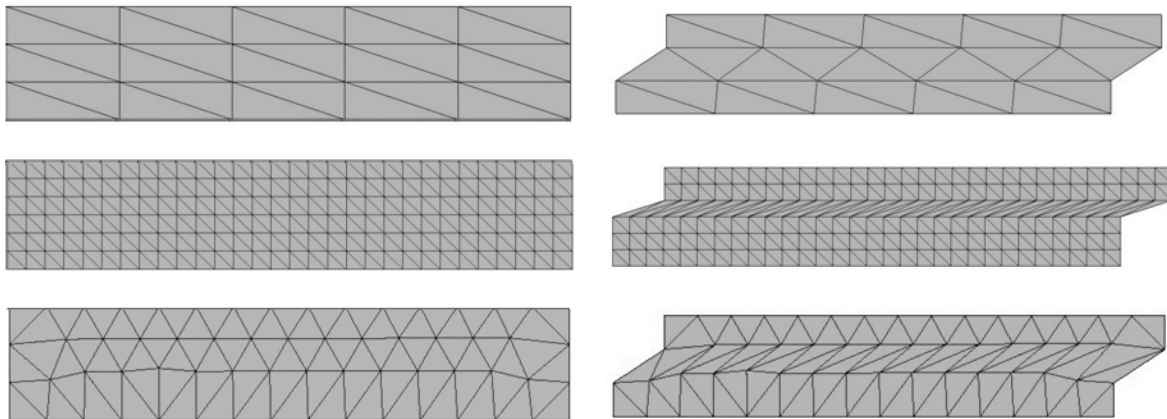


Figura 15 Mallas de espécimen sujeto a cortante

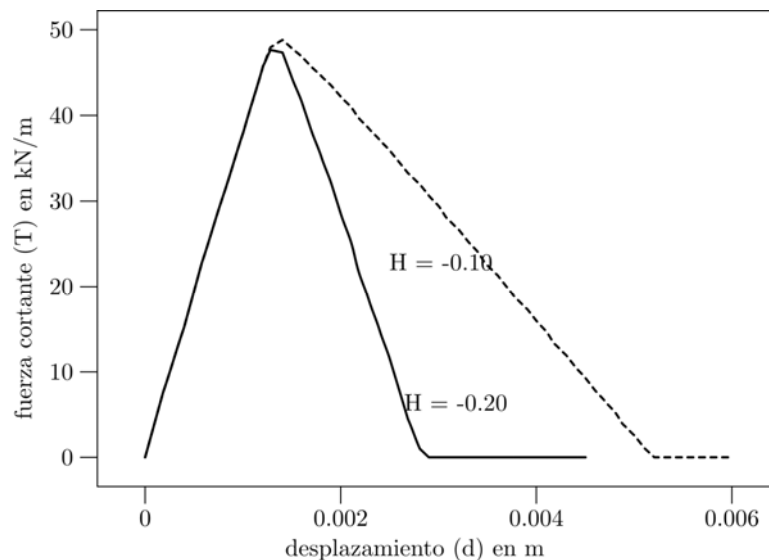


Figura 16 Gráfica fuerza cortante contra desplazamiento del espécimen sujeto a cortante

Compresión en deformación plana

La estructura consiste en un espécimen rectangular de 1 m de ancho por 3 m de alto bajo condiciones de deformación plana, ver figura 17. La base del espécimen se restringe en ambas direcciones, mientras que la parte superior tiene apoyos simples, libres en la dirección horizontal, en los que se prescribe el desplazamiento vertical hacia abajo para producir compresión vertical. El material tiene un modulo elástico, $E=20,000$ kPa, relación de Poisson $\nu=0.40$, esfuerzo axial a compresión último, $\sigma_u=-37.5$ kPa, y módulo de ablandamiento discreto $H=-0.01$ kPa.

Para el análisis se realizaron dos mallas, mostradas en la figura 18, una malla regular de 150 elementos y otra de 600 elementos. Las mallas deformadas muestran la zona de cortante de la discontinuidad. La figura 19 muestra las curvas fuerza contra desplazamiento para las dos mallas consideradas en las que se tiene los mismos resultados.

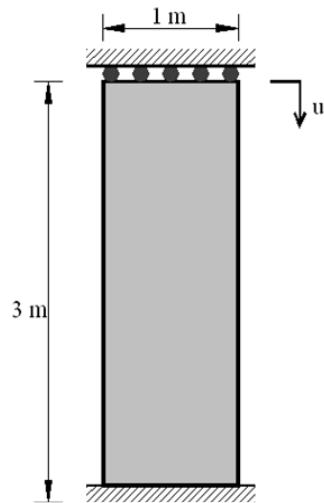


Figura 17 Espécimen sujeto a compresión

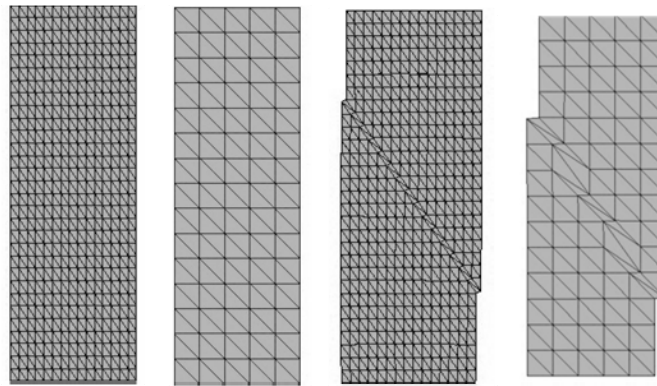


Figura 18 Mallas de espécimen sujeto a compresión

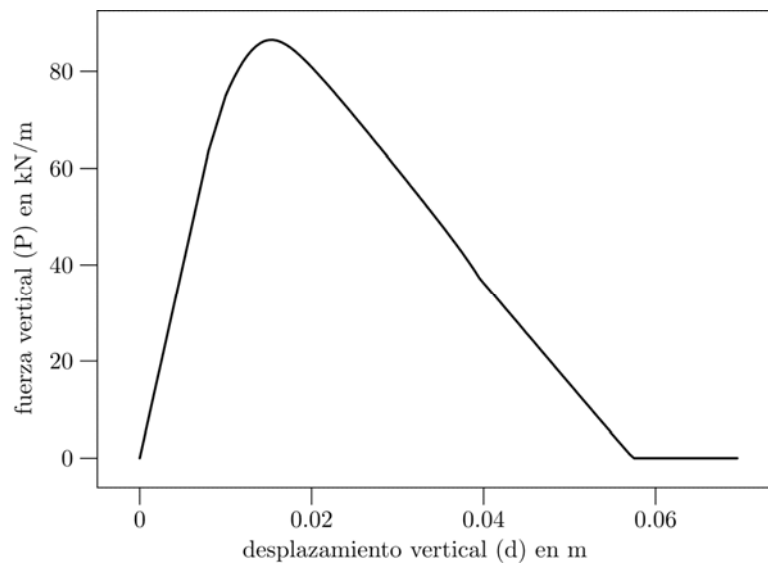


Figura 19 Curva fuerza vertical contra desplazamiento del espécimen sujeto a compresión

Inestabilidad de taludes

En este ejemplo se analiza el problema de inestabilidad en taludes (Regueiro y Borja, 2001), utilizando un modelo de daño continuo. En la cimentación rígida, colocado en la cima de un terraplén, se aplica una carga vertical, como se muestra en la figura 20. El suelo tiene como propiedades mecánicas: módulo elástico, $E=10,000$ kPa, relación de Poisson, $\nu=0.4$, esfuerzo último uniaxial $\sigma_u=100$ kPa, y módulo de ablandamiento discreto, $H=-0.00033$ kPa. Las propiedades geométricas y condiciones de frontera se muestran en la figura 20. Se considera condiciones de deformación plana.

Los resultados se obtuvieron controlando el desplazamiento vertical hacia abajo en el centro de la cimentación. La malla deformada, con 832 elementos finitos triangulares, y la curva cargas contra desplazamiento vertical se muestran en la figura 21.

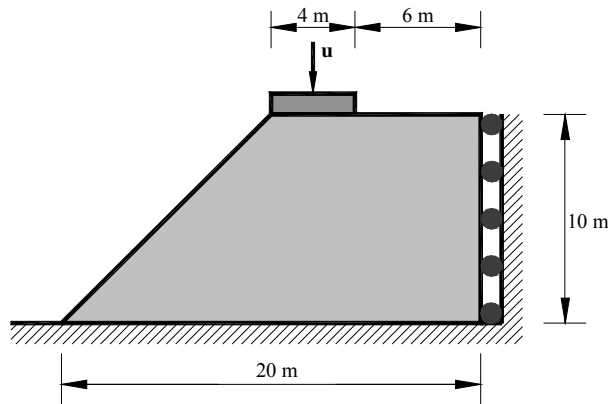


Figura 20 Problema de inestabilidad de un talud

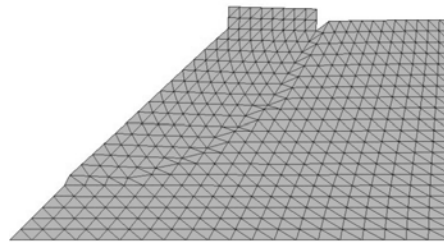


Figura 21 Malla deformada y gráfica carga desplazamiento vertical

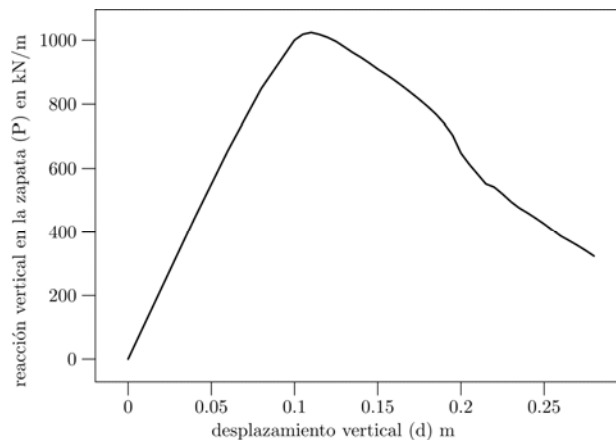


Figura 22 Curva de ablandamiento del problema del talud

Futuro de la mecánica

Durante la próxima década, el campo de la mecánica computacional experimentará cambios dramáticos que requerirán mayores capacidades computacionales. Posiblemente, el aspecto más notable de nuestra visión de la Mecánica Computacional en la próxima década es que la investigación requerirá nuevas interacciones de métodos y dispositivos computacionales con una variedad de tecnologías secundarias y la experimentación del laboratorio. En la nueva mecánica computacional se interactuará con teorías de mecánica cuántica, de dinámica molecular, de la ciencia de materias, de sistemas biomédicos y biológicos, y de otras disciplinas. Implicará el estudio de los fenómenos microscópicos que suceden en picosegundos.

CONCLUSIONES

En el desarrollo de modelos para estudiar el problema de daño en elementos estructurales se parte de formulaciones variacionales, que incluye todas las ecuaciones que gobiernan el problema como condiciones de estacionalidad. Las formulaciones variacionales presentan un tratamiento matemático poderoso en cuestión de existencia, estabilidad y convergencia de soluciones numéricas. De una formulación variacional general, es posible generar una familia de principios variacionales que incluyen los mixtos, de energía total y los de la energía complementaria (Juárez, 2006).

En México, parte de la Investigación que requiere de simulación o modelación, se realiza, en su mayoría, con software desarrollado por Centros o Compañías generalmente extranjeras. A éstos software difícilmente se les puede realizar cambios, que pueden ser importantes para la simulación de un proceso o fenómeno físico. En consecuencia, al realizar simulaciones, en el mejor de los casos, se obtienen resultados cualitativos capaces de representar sólo algunos rasgos de los eventos físicos; sin embargo, se presentan situaciones en que los resultados son totalmente equívocos. Teniéndose, en muchos de los casos, que lo que se modela es un fenómeno físico diferente al que se tiene en la realidad, por no poderse hacer las modificaciones necesarias en el código fuente. Ante esta situación, se busca tener, en la medida de lo posible, independencia tecnológica en el desarrollo de software que permita realizar simulaciones más reales al proceso físico en estudio; asimismo, se pretende modificar la perspectiva del simulador en comprender la física del problema, su modelación y de su implementación numérica.

El difundir el empleo de las simulaciones numéricas para estudiar fenómenos que solamente se realizan en forma experimental, reduce los costos en el diseño, ejecución y posible elaboración de especímenes experimentales. El reducir los costos de la parte experimental, hace posible la elaboración de un número mayor de pruebas numéricas que conllevan a un mejor diseño.

Actualmente, en nuestro país, existen varios problemas de Ingeniería que requieren la atención de Instituciones Gubernamentales, Sociedades Civiles, Centros Educativos y de Investigación. Dentro de éstos se tiene obras de infraestructura como presas, puentes, obras industriales, etc. que están por alcanzar el límite de su vida de diseño. Otra problemática que se presenta, particularmente en época de lluvias, es el agrietamiento de los suelos que provoca tanto pérdidas económicas, como decesos humanos. Tristemente, en estos días, uno de los problemas que daña la economía del país es el ataque con explosivos a la infraestructura de la Industria del petróleo, instituciones bancarias, edificios gubernamentales, etc. Estos y otros problemas requiere de tomar acciones para prevenir o mitigar posibles pérdidas económicas y humanas; su estudio experimental sería muy costoso, por lo que una opción viable son las herramientas numéricas de la mecánica computacional que permiten conocer su comportamiento, determinar su vida residual y tomar acciones adecuadas.

BIBLIOGRAFÍA

Barenblatt G.I., (1962), "**The mathematical theory of equilibrium of cracks in brittle fracture**", Advances in Applied Mechanics, vol. 7, pp. 55-129.

Borja R.I. (2000), "**A finite element model for strain localization analysis of strongly discontinuous fields based on standard Galerkin approximation**", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. (190), pp. 1529–1549.

Dugdale D.S., (1960), "**Yielding of stress sheets containing slits**", Journal of the Mechanics and Physics of solids, vol. 8. pp. 100-104.

Fernández L. (2002), "**Modelado numérico de la fractura en el concreto**", Tesis para obtener el grado de Doctor en Ingeniería, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, México.

Griffith A. A. (1921), "**The phenomena of rupture and flow in solids**", Philos. T. Roy. Soc. A., vol. 221, pp. 163-197.

Heilmann H.G., Hilsdorf H. y Finsterwalder K. (1969), "**Festigkeit und Verformung von Beton unter Zugspannungen**", Deustcher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 203.

Hillerborg A., Modéer M. y Peterson P.E., (1976), "**Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements**", Cement and Concrete Research, vol. 6, pp. 773-782.

Inglis, C.E. (1913). "**Stress in a plate due to the presence of crack and sharp corners**". Transactions of the Institute of Naval Architects, series A, vol. 55, pp. 163-198.

Irwin, G.R. (1956). "**Onset of fast crack propagation in high strength steel and aluminum alloys**". Proceedings of the Sagamore Research Conference, vol. 2, pp. 289-305.

Irwin, G.R. (1957). "**Analysis of stress and strains near the end of a crack traversing a plate**". Transactions ASME, Journal of Applied Mechanics, vol. 24, pp. 361-364.

Juárez, G. (2006), "**Simulación numérica de problemas de fractura en sólidos mediante discontinuidades interiores**", Tesis para obtener el grado de Doctor en Ingeniería, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, México.

Juárez G., Ayala G.A. y Oliver J. (2007). "**Mixed finite element approximation of material failure process with continuous damage models**". Resumen extendido en el Ninth U.S. National Congress on Computational Mechanics. San Francisco, California.

Juárez G., y Ayala G.A. (2008). "**Mixed finite approximation of the material failure process with continuum damage models: shear failure material mode**". Resumen extendido 8th World Congress on Computational Mechanics celebrado en Venecia del 30 junio al 4 julio.

Juárez G. y Ayala G.A. (2008), "**Variational Formulation of the Material Failure Process in Solids by Embedded Discontinuities Model**", Aceptado en el International Journal for Numerical Methods for Partial Differential Equations.

Kachanov L. M. (1958), "**Time of rupture process under creep conditions**", Inzvestia Akademii Nauk, Otd Tech Nauk., vol. 8, pp. 26-31.

Lemaitre, J. y Chaboche, J.L. (1978), "**Aspect phénoménologique de la rupture per endommagement**", J. Mécanique Appliquée, pp. 317-365.

Rashid Y. R. (1968), "**Analysis of prestressed concrete pressure vessels**", Nuclear Engineering and Design, vol. 7(4), pp. 334-344.

Regueiro, R.A. y Borja R.I. (2001), "**Plane strain finite element analysis of pressure sensitive plasticity with strong discontinuity**", International Journal of Solids and Structures, pp. 3647–3672.

Retama J., y Ayala G.A. (2008). "**Modelling of failure in solids by embedded discontinuities. Displacements and strain-displacements formulations of finite element**". Resumen extendido 8th World Congress on Computational Mechanics celebrado en Venecia del 30 junio al 4 julio.

Rots, J.G. (1988), "**Computational modelling of concrete fracture**", Tesis de Doctorado, Universidad de Tecnología de Delft, Holanda.

Taylor, R. (2001) "**FEAP - Finite Element Analysis Program. Version 7.3**", Universidad de California en Berkeley, EUA.

Saucedo F., y Ayala G.A. (2008). "**Aproximation of the displacement and mixed formulations of solids with embedded discontinuities using the meshless element free galerkin method**". Resumen extendido 8th World Congress on Computational Mechanics celebrado en Venecia del 30 junio al 4 julio.

Swenson, D. e Ingraffea A.R. (1987). "**A finite element model of dynamic crack propagation with an application to intersecting cracks**", Proceedings of the Fourth International Conference on Numerical Methods in Fracture Mechanics, San Antonio, Texas, pp. 191-204.