



SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL CONCRETO REFORZADO CONSIDERANDO UN MODELO DE DAÑO EN EL CONCRETO Y EL COMPORTAMIENTO NO LINEAL DEL ACERO

Jaime Retama Velasco¹ y A. Gustavo Ayala Milián²

RESUMEN

En este artículo se presenta una formulación numérica para estudiar el comportamiento mecánico de elementos de concreto reforzado basada en una aproximación de desplazamientos en dos dimensiones del método de los elementos finitos. El acero de refuerzo se modela utilizando elementos barra que se sitúan dentro del dominio de los elementos triangulares de deformación constante. Para simular el efecto del endurecimiento por deformación en el acero de refuerzo, se utiliza un modelo constitutivo elasto—plástico. El daño en el concreto se introduce mediante la aproximación de discontinuidades interiores. La formulación desarrollada, se implanta en un programa de computadora y se aplica a un problema de tensión de un elemento estructural, donde se considera que la falla inicia predominantemente en modo-I; para posteriormente evolucionar hacia el colapso en un modo mixto de falla. Se utiliza una sección de concreto con dos tipos de armados.

ABSTRACT

This paper presents a numerical formulation for studying the mechanical behavior of reinforced concrete elements based on a two dimensional displacement approximation of the finite element method. The strain hardening effect of the reinforced steel bars is modeled by using an elastic—plastic constitutive law; together with truss elements, located inside bi-dimensional constant strain triangular finite elements. The damage undergone by the concrete material is modeled by an embedded discontinuity approach. The developed formulation is implemented in a computer finite element program and applied to an structural element subjected to tension; considering that the dominant failure mode is in tension, mode—I, to continue in a mixed mode. The results obtained are compared with numerical and experimental results reported in the specialized literature. Two cross sections are used for different reinforced.

INTRODUCCIÓN

El concreto reforzado ha llegado a ser uno de los materiales de construcción más ampliamente utilizados en el área de la Ingeniería Civil. La economía, eficiencia, rigidez y resistencia, hacen al concreto reforzado un material viable para la construcción de una gran variedad de sistemas estructurales, (Retama y otros, 2008a). Desafortunadamente, debido a la complejidad de su comportamiento mecánico particularmente en su evolución al colapso, el cual no está plenamente entendido, hoy en día se continúa investigando tanto a nivel experimental, (Katz, 1999), como mediante simulaciones numéricas, (Retama, 2010a), (Retama y Ayala, 2010b), (Retama y Ayala, 2011), (Juárez, 2006), que consideran el inherente comportamiento no-lineal que caracteriza al concreto reforzado ante escenarios que lo lleven a desarrollar mecanismos inelásticos que pueden conducir al colapso total o parcial de un sistema estructural. Algunas de las complejidades relacionadas con el problema del modelado del comportamiento del concreto reforzado son:

¹ Profesor, Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Ciudad Universitaria, Col. Carboneras, Mineral de la Reforma, Hidalgo, C.P. 42184, Teléfono, 7717172000, ext. 2501 y 2502; jretama@gmail.com

² Investigador, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria Núm. 3000, Copilco—Universidad, Del. Coyoacán, México D.F., C.P. 04360, Teléfono: (55) 56233508; GAyalaM@ingen.unam.mx

1. El sistema estructural es tridimensional y está compuesto por diferentes materiales, concreto y acero.
2. Las propiedades mecánicas del material compuesto, concreto—acero, cambian constantemente producto de la aparición de grietas dentro del concreto, aun ante cargas monótonamente crecientes.
3. La adherencia entre el concreto y el acero es un problema unilateral, difícil de incorporar dentro de un modelo analítico convencional.
4. La relación esfuerzo—deformación del concreto es no—lineal, función de diferentes variables de estado.
5. Las deformaciones dentro del concreto están influenciadas por el flujo plástico y la contracción; ambas dependientes del tiempo.

Dentro del contexto del desarrollo de nuevos y mejores modelos analíticos, para simular el comportamiento de elementos de concreto reforzado, (Ngo y Scordelis, 1967), (Oliver y otros, 2008), (Neto y otros, 2004), (Katz, 1999), (Kumar y Barai, 2010), la experimentación en laboratorio sigue siendo una parte fundamental para establecer modelos constitutivos que proporcionen información sobre las propiedades del material para su uso en formulación numérica de elementos finitos.

Para eliminar las limitaciones de los modelos numéricos mencionados, en este artículo se presenta una formulación variacional y numérica que considera: 1) la adherencia entre el concreto y el acero, 2) el comportamiento no-lineal de las varillas de refuerzo considerando el endurecimiento a la deformación, y 3) el agrietamiento experimentado por el concreto utilizando una formulación discreta de discontinuidades interiores, (Retama, 2010a).

SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL CONCRETO REFORZADO

Las formulaciones numéricas desarrolladas hoy en día, para el modelado de elementos de concreto reforzado, presentan ventajas y desventajas; atribuibles a los modelos constitutivos utilizados, y a la implementación numérica en un programa de computadora mediante el método de los elementos finitos, (Retama y otros, 2008a).

Al ser el concreto reforzado un material compuesto, no es válido caracterizarlo como un material de una sola fase. Por ello, diferentes investigadores han estudiado el problema como uno de interacción a nivel macroscópico entre dos materiales el concreto y el acero. A este respecto, a continuación se mencionan brevemente algunos de los modelos numéricos, utilizando el método de los elementos finitos, desarrollados para este fin:

1. El modelo numérico comúnmente utilizado en la práctica de la Ingeniería, considera un módulo equivalente en el que, por lo general, el material acero se transforma en uno equivalente de concreto, (Katz, 1999).
2. Otro tipo de formulación numérica es en el que todo el elemento estructural se discretiza mediante elementos sólidos en dos (2D) o tres dimensiones (3D) para simular el concreto como un medio continuo. Para incluir el efecto del refuerzo, proporcionado por las varillas de acero, se utilizan elementos barra unidimensionales con un único grado de libertad por nodo, figura 1. Para lograr esto, es necesario que los nodos de los elementos barra coincidan con los nodos de los elementos sólidos; obligando a utilizar mallas estructuradas para acomodar satisfactoriamente las barras de acero, (Retama y Ayala, 2011), (Ngo y Scordelis, 1967), (Oliver y otros, 2008).

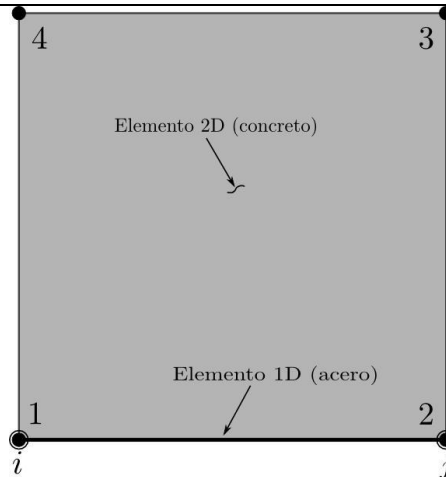


Figura 1 Sólido 2D de concreto reforzado, con el acero en la frontera del elemento de concreto

- Otro modelo, que permite una mejor aproximación más general del fenómeno físico que el modelo anterior es el considerar que los elementos barra estén embebidos dentro de los elementos sólidos, figura 2. Esta aproximación hace que no sea necesario utilizar mallas estructuradas para introducir, dentro de un elemento sólido, el efecto de las varillas de refuerzo.

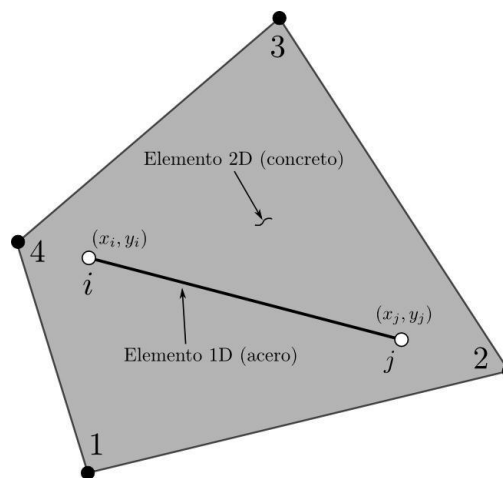


Figura 2 Sólido 2D de concreto reforzado, con el acero dentro del elemento de concreto

Modelo de daño cohesivo

Para modelar la evolución del daño en una discontinuidad en la que ocurre el fenómeno no lineal asociado al daño, se utilizan relaciones constitutivas cohesivas tracción—salto, (Retama, 2010a), (Hillerborg y otros, 1976), (Bazant y Planas, 1998); en las que se consideran los modos posibles de falla en la discontinuidad asociados al fenómeno físico del problema.

En este modelo constitutivo, se considera que la respuesta inelástica del material está caracterizada, básicamente, por dos propiedades del material: el esfuerzo de fluencia σ_{to} y la energía de fractura G_F . En el instante en que el esfuerzo principal máximo sobrepasa el esfuerzo σ_{to} , similar al criterio de Rankine en teoría de plasticidad clásica, se introduce una discontinuidad dentro del elemento, que simula el daño que éste experimenta.

La función f , que define el nivel de daño en la grieta, carga/descarga, se define como:

$$f = \langle u_n \rangle - \kappa \leq 0 \quad (1)$$

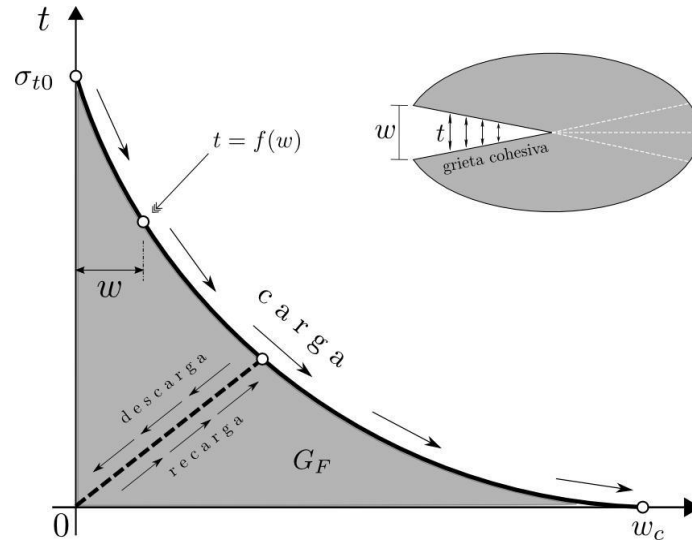


Figura 3 Modelo constitutivo de daño cohesivo

donde u_n es la componente normal del vector salto de desplazamientos; el símbolo $\langle * \rangle$ corresponde a los denominados corchetes de McAuley, que establecen que para el cálculo del proceso de falla monótonamente creciente se consideran únicamente los valores positivos de u_n , y el daño acumulado en el material se toma en cuenta mediante la variable de estado κ , igual al máximo valor alcanzado por u_n ; calculada como:

$$\kappa = \kappa(u_n) = \max\langle u_n \rangle \quad (2)$$

Las tracciones en la discontinuidad se relacionan con el salto de los desplazamientos mediante:

$$t_n = \sigma_{t0} \left[1 - \frac{\kappa}{w_c} \right]^n \quad (3)$$

donde w_c es el salto normal máximo permitido en la grieta y n es una constante que define la forma de la curva de ablandamiento, figura 3.

Para obtener una disipación de energía consistente con la energía de fractura del material, las tracciones en la discontinuidad se relacionan con G_F mediante:

$$G_F = \int_0^{w_c} t_n \, d\kappa \quad (4)$$

De la ecuación (3) el tensor constitutivo tangente \mathbf{T} se obtiene de la derivada de las tracciones en la discontinuidad con respecto a la variable de estado κ , esto es

$$\mathbf{T} = \frac{\partial t_n}{\partial \kappa} = -\frac{n \sigma_{t0}}{w_c} \left[1 - \frac{\kappa}{w_c} \right]^{(n-1)} \quad (5)$$

En el momento en que ocurre el daño, y se introduce la discontinuidad, se tienen las siguientes condiciones iniciales:

$$\kappa = \kappa_0 \quad (6a)$$

$$u_n = \kappa_0 \quad (6b)$$

$$t_n = \sigma_I = \sigma_{t0} \quad (6c)$$

$$t_s = 0 \quad (6d)$$

Formulación variacional

La formulación variacional presentada en este trabajo, se deriva de la desarrollada por Retama, (Retama, 2010a), en la que se aborda el problema de un sólido en que aparece una discontinuidad dentro de su dominio. Para esto considere un sólido, inicialmente continuo, en el que se encuentra localizado el acero de refuerzo, como se muestra en la figura 4; con volumen Ω , frontera Γ y fuerzas de cuerpo \mathbf{b}_v aplicadas en Ω . Las condiciones esenciales de frontera $\bar{\mathbf{u}}$ están definidas en Γ_u mientras que, las tracciones $\bar{\mathbf{t}}$, correspondientes a las condiciones naturales de frontera, se aplican en Γ_t ; de tal forma que $\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_t$ y $\emptyset = \Gamma_u \cap \Gamma_t$. El vector normal \mathbf{v} está definido en la superficie Γ_t .

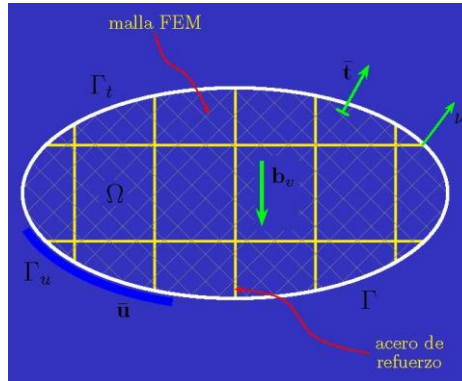


Figura 4 Sólido, inicialmente continuo, con acero de refuerzo

El funcional de energía para este sólido se define como:

$$\Pi = \Pi_{int} + \Pi_{dis} + \Pi_{ref} + \Pi_{itz} - \Pi_{ext} \tag{7}$$

donde Π_{int} corresponde a la energía de formación interna del concreto, Π_{dis} es la energía consumida en el proceso de daño en la zona de la grieta, Π_{ref} es la energía de deformación interna del acero, Π_{itz} considera la energía de deformación en la zona de adherencia entre el concreto y el acero; correspondiente a un elemento de interfaz, y Π_{ext} corresponde al trabajo desarrollado por las cargas externas que actúan en el sólido.

Aproximación mediante el elemento finito

Para aproximar el campo de desplazamientos, se utiliza el método de los elementos finitos. Para esto, considere un elemento sólido 2D en el que el acero de refuerzo se encuentra dentro de su dominio; como se muestra en la figura 5.

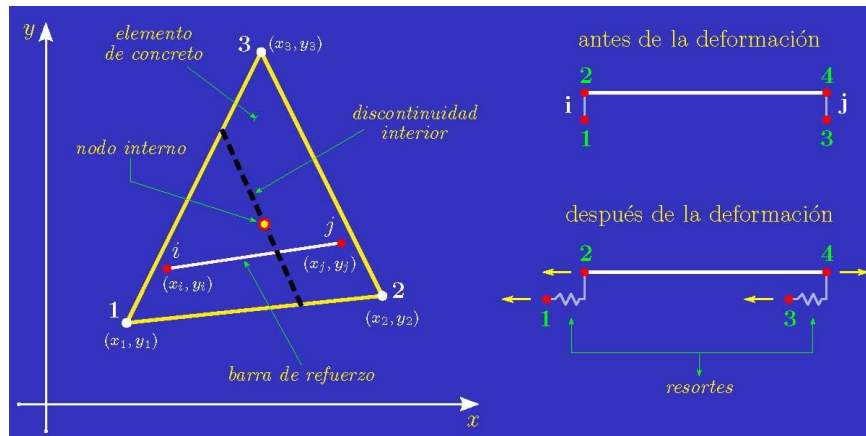


Figura 5 Elemento sólido de deformación constante con refuerzo interno

A diferencia de otras formulaciones numéricas, utilizadas para simular el comportamiento del concreto reforzado, aquí se tiene que las varillas de acero pueden cruzar el elemento 2D. La ventaja de esta formulación, es que no es necesario utilizar mallas estructuradas de elementos finitos para localizar apropiadamente las varillas de acero dentro del sólido continuo.

Minimizando el funcional de energía dado por la ecuación (7), con respecto al campo de desplazamientos, e interpolando los campos mediante una aproximación de elemento finitos, se obtiene la siguiente matriz de rigidez para el elemento sólido triangular, de deformación constante, mostrado en la figura 5,

$$k_g = k_1 + k_2 + k_3 \quad (8)$$

donde k_1 es la matriz de rigidez para un elemento finito cruzado por una discontinuidad. La forma condensada de esta matriz se establece como:

$$k_1 = k_{\hat{u}\hat{u}} - k_{\hat{u}\hat{\alpha}} [k_{\hat{\alpha}\hat{\alpha}}]^{-1} k_{\hat{\alpha}\hat{u}}^T \quad (9)$$

donde

$$k_{\hat{u}\hat{u}} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} d\Omega \quad (10a)$$

$$k_{\hat{u}\hat{\alpha}} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B}_c d\Omega \quad (10b)$$

$$k_{\hat{\alpha}\hat{\alpha}} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_c^T \mathbf{C} \mathbf{B}_c d\Omega + \int_{\Gamma_d} \mathbf{T} d\Gamma \quad (10c)$$

La matriz k_2 contiene el efecto de las varillas de refuerzo, modelado mediante un elemento armadura, dentro del elemento de concreto y está dada como:

$$k_2 = \mathbf{R}_n^T \mathbf{R}_\alpha^T k_t \mathbf{R}_\alpha \mathbf{R}_n \quad (11)$$

donde

$$\mathbf{R}_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (12a)$$

$$\mathbf{R}_n = \begin{bmatrix} n_1^i & 0 & n_2^i & 0 & n_3^i & 0 \\ 0 & n_1^i & 0 & n_2^i & 0 & n_3^i \\ n_1^j & 0 & n_2^j & 0 & n_3^j & 0 \\ 0 & n_1^j & 0 & n_2^j & 0 & n_3^j \end{bmatrix} \quad (12b)$$

$$k_t = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (12c)$$

La matriz k_t corresponde a un elemento barra. La matriz de transformación \mathbf{R}_α rota la matriz de rigidez elemental, del elemento barra, al sistema global y \mathbf{R}_n es una matriz de transformación que traslada el efecto de las varillas de refuerzo a los nodos del elemento sólido 2D. Los términos n_1^i, n_2^i y n_3^i son las funciones de forma para el elemento sólido 2D evaluadas en el nodo i del elemento barra, ver figura 5; mientras que n_1^j, n_2^j y n_3^j son las mismas funciones evaluadas en el nodo j . Para una descripción más detallada de la formulación, referirse a los trabajos (Retama, 2010a), (Retama y Ayala, 2010b), (Retama y Ayala, 2011).

Finalmente la matriz k_3 es la relacionada con el efecto de adherencia entre el concreto y el acero, definida como:

$$k_\alpha = \mathbf{R}_n^T \mathbf{R}_\alpha^T k_\alpha^* \mathbf{R}_\alpha \mathbf{R}_n \quad (13)$$

donde

$$k_a^* = \frac{\beta L}{3} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

con β como una constante que caracteriza la adherencia entre el concreto y el acero, y el resto de los términos como ya se han definieron.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

A continuación se presenta un ejemplo de aplicación correspondiente a un elemento estructural de concreto reforzado, sometido a tensión donde se usa la formulación presentada en este artículo. La geometría y las condiciones de apoyo se muestran en la figura 6. Las varillas de acero están colocadas en la parte inferior y superior a una distancia de estos bordes de 5 cm; sin acero transversal. El espesor del elemento es de 10 centímetros.

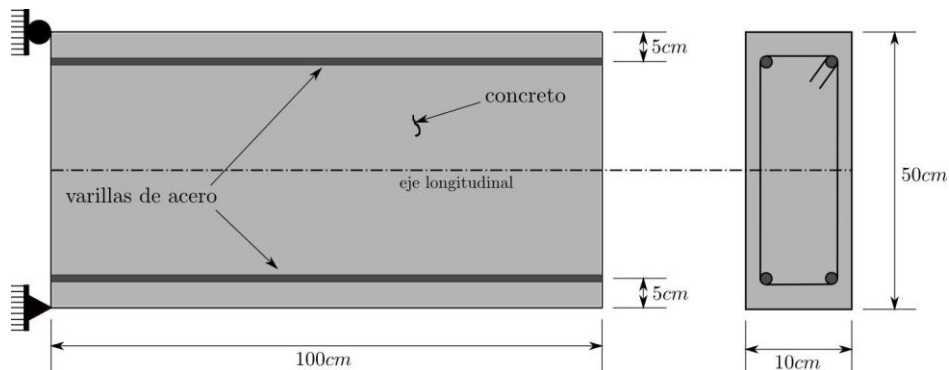


Figura 6 Elemento de concreto reforzado sujeto a tensión

Las propiedades mecánicas del concreto son:

- Resistencia a la compresión $f'c = 200 \frac{kg}{cm^2}$
- Módulo de elasticidad $E = 8000 \sqrt{f'c} = 113,137.00 \frac{kg}{cm^2}$
- Relación de Poisson $\nu = 0.25$
- Esfuerzo último de fluencia $\sigma_{t0} = 1.4 \sqrt{f'c} = 19.8 \frac{kg}{cm^2}$
- Energía de fractura $G_F = 0.06 \frac{kg}{cm}$

y las del acero de refuerzo,

- Esfuerzo de fluencia $f_y = 2 \times 10^6 \frac{kg}{cm^2}$

El experimento numérico se realiza para tres diferentes tipos de armado. En el primer caso se utiliza un concreto simple, sin acero de refuerzo; posteriormente se utilizan cuatro varillas de refuerzo del número tres, distribuidas como se indica en la figura. En el último caso, se consideran cuatro varillas de refuerzo del número cuatro, como la misma distribución del caso anterior.

Resultados

Para el modelado mediante el método de los elementos finitos, se utilizan elementos sólidos 2D, triangulares de deformación constante, conjuntamente con elementos sólidos 1D, elementos barra; figura 7. Es importante mencionar que debido a la naturaleza del experimento numérico, se tiene que aplicar un control de desplazamientos para poder llevar al espécimen hasta la falla.

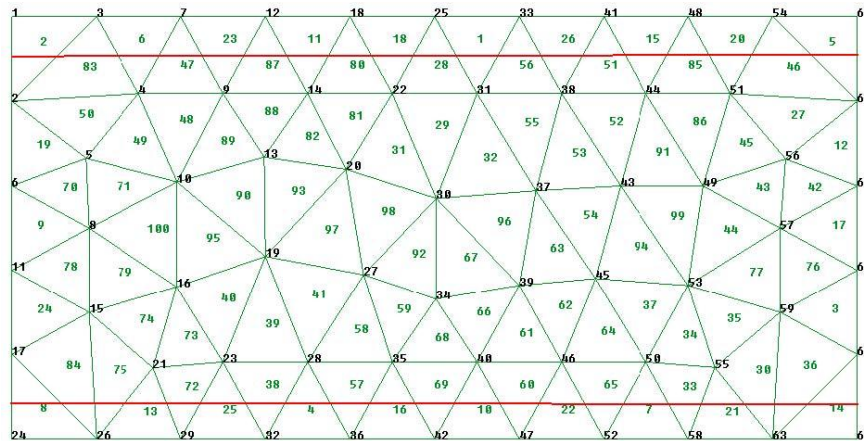


Figura 7 Malla de elementos finitos

En la gráfica que se muestra en la figura 8 se observa la curva desplazamiento contra reacción para los tres tipos de armado que se estudian.

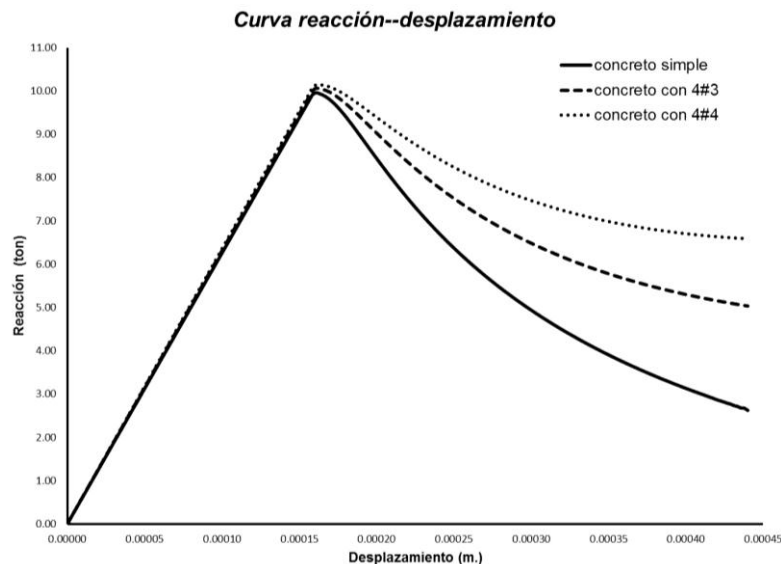


Figura 8 Curva reacción contra desplazamiento

Al observar la curva de respuesta en la figura 8, reacción en el apoyo contra desplazamiento, en primer lugar se aprecia que la pendiente de la rama ascendente cambia ligeramente a medida que se utiliza más acero. La pendiente aumenta para porcentajes mayores de acero; esto significa que la estructura se vuelve más rígida. Con respecto a la rama descendente, donde la estructura ha sufrido daño y comienza a degradarse hasta llegar al colapso total, se observa que las pendientes para las tres curvas, es muy diferente. Cuando no se utiliza acero de refuerzo, se observa que la estructura tiene un comportamiento muy frágil; mientras que a mayores porcentajes de acero, se desarrolla un comportamiento más dúctil.



CONCLUSIONES

El comportamiento mecánico del concreto reforzado, visto como un material mixto, es un problema complejo cuyo modelado numérico aún no está plenamente estudiado. Como se puede entender de los diferentes modelos numéricos utilizados por diferentes autores, para su modelado, existen muchos factores que influyen en el desarrollo de una formulación numérica consistente con el problema real. En este trabajo no se han considerado todos los posibles factores que pudieran influir en el comportamiento de estructuras de este tipo de material.

Un factor que se ha considerado aquí, como una aproximación del fenómeno físico, es que antes de que se pierda la adherencia entre el acero y el concreto, este último falla; permitiendo el desarrollo de macro—grietas que evolucionan hasta que la estructura llega al colapso total. Esta suposición implica el considerar una adherencia perfecta entre ambos materiales, pudiendo no ser totalmente representativo del problema real.

A pesar de la limitante antes mencionada, la formulación que se presenta da resultados satisfactorios; permitiendo una disipación de energía consistente con el comportamiento real de este tipo de estructuras, a base de concreto reforzado.

Para futuros desarrollos de esta formulación, se establece el utilizar elementos 2D rectangulares lineales conjuntamente con elementos sólidos 1D, y para simular la pérdida de adherencia entre el concreto y el acero, un modelo de ablandamiento escalar que relaciones el corrimiento con los esfuerzos en la zona de adherencia; similar a un modelo utilizado para elementos de interfaz.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece a la Dirección General de Asuntos para el Personal Académico de la UNAM el patrocinio del proyecto PAPIIT IN108512, “Simulación numérica del proceso de falla en elementos de concreto reforzado considerando el efecto del calor de hidratación del cemento en los concretos jóvenes”.

REFERENCIAS

- Bazant Z.P., y Planas J. (1998), "**Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials**", CRC Press, Boca Raton.
- Hillerborg A., Modeer M., y Petersson P.E. (1976), "**Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements**", Cement and Concrete Research, Vol. 6, pp. 776—782.
- Juárez L.G. (2006), "**Modelado numérico de problemas de fractura en sólidos mediante discontinuidades interiores**", Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- Katz A. (1999), "**Bond mechanics of FRP rebars to concrete**", Materials and Structures, Technical Report, Vol. 32, pp. 761—768.
- Kumar S., y Barai S.V. (2011), "**Concrete fracture models and applications**", Springer—Verlag, Berlín Heidelberg, Alemania.
- Neto P., Alfaiate J. Almeida J.R., y Pires E.B. (2004), "**The influence of mode II fracture on concrete strengthened with CFRP**", Computer & Structures, Vol. 82, pp. 1495—1502.
- Ngo B., y Scordelis C. (1967), "**Finite element analysis of reinforced concrete beams**", ACI Journal, Vol. 64, Núm. 3, pp. 152—163.
- Oliver J., Linero D.L. Huespe A.E., y Manzoli O.L. (2008), "**Two—dimensional modeling of material failure in reinforced concrete by means of a continuum strong discontinuity approach**", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 197, pp. 332—348.
- Retama V.J., Juárez L.G., y Ayala M.G. (2008a), "**Aplicación de la mecánica del daño a la solución de problemas en Ingeniería estructural**", SMIE 2008, XVI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Veracruz, México.
- Retama V.J., y Ayala M.G. (2008b), "**Modelling of failure in solids by embedded discontinuities, displacements and strain—displacements formulations of finite element**", WCCM 2008, 8th World Congress on Computational Mechanics, Venecia, Italia.
- Retama V.J. (2010a), "**Formulation and approximation to problems in solids by embedded discontinuity models**", Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- Retama V.J., y Ayala M.G. (2010b), "**Modelado del daño en sólidos mediante formulaciones variacionales de discontinuidades interiores**", Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo en Ingeniería, Vol. 26, Núm. 3, pp. 171—177.
- Retama V.J., Ayala M.G., Cuomo M., y Contrafatto L. (2010c), "**Consistent symmetric formulation of the enhanced embedded discontinuity model**", ECCM 2010, IV European Conference on Computational Mechanics, París, Francia.
- Retama V.J., y Ayala M.G. (2011), "**Simulación de la pérdida de rigidez en estructuras de concreto armado, mediante el modelo de discontinuidades interiores**", CMNE 2011, Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, 14—17 de junio, Coimbra, Portugal.