FUNDAMENTOS DE MATEMATICAS FINANCIERAS

AUTOR: DRA. MARIA ALEJANDRA CABELLO ROSALES,
Profesor Investigador del Posgrado de la Facultad de Química
Maestría en Administración (Industrial)
Universidad Nacional Autónoma de México

Número de Nota: #1/2016

Este es un material didáctico elaborado para apoyar a los estudiantes de posgrado[1] para entender la metodología del valor del dinero en el tiempo, muy útil como fundamento al aplicar la valuación de proyectos con los métodos tradicionales: el del Valor Presente Neto (VPN) o Valor Actual Neto (VAN), y el método Tasa Interna de Rendimiento (TIR). También es una metodología que puede aplicarse a la herramienta alternativa de valuación de proyectos conocida como Opciones Reales.[2]

I. Introducción

Para emprender la valuación de un proyecto se deberán tener en cuenta dos aspectos fundamentales: (1) el pronóstico de los flujos de efectivo, y (2) la metodología del valor del dinero en el tiempo.

El pronóstico de los flujos de efectivo implica el prever cada una de las entradas y salidas de efectivo que ocurrirán en el futuro debido a las operaciones y planes estratégicos de la empresa. Existen diversas metodologías para el pronóstico de estos flujos.[3] Por tanto la valuación de un proyecto en sus fundamentos requiere que se calculen sus flujos esperados o beneficios futuros, los que deberán "descontarse" en el tiempo y calcularlos a valor presente. Los flujos ded efectivo esperados son los beneficios del proyecto por lo que al descontarse o al ser calculados a valor presente deberán confrontarse con la inversión inicial, por lo que para que el proyecto se acepte el valor presente de los flujos deberán ser mayores a dicha inversión.

Los flujos esperados pueden tener dos tipos de características: ser flujos regulares (anualidades) o bien pueden ser flujos irregulares. La metodología de estas notas considera varios casos de cálculo de ciertas cantidades regulares o irregulares para determinar su equivalencia tanto en el presente como en el futuro.

---

[1] Especialmente está dirigido a los estudiantes de las asignaturas de Contabilidad y Finanzas, y Finanzas Corporativas.
[2] Ver notas seriadas #2 de la misma autora acerca de la metodología de opciones reales para un caso de expansión.
[3] Ver notas seriadas # 3 de la misma autora para material didáctico acerca de la determinación de los flujos de efectivo futuros.

II. Simbología y Casos Básicos de Metodología para Calcular el Valor Del Dinero en el Tiempo

Los símbolos utilizados en estas notas son los siguientes:

i= tasa de interés anual
n= número de años
P_o = Principal o monto inicial o valor presente de un monto futuro.
F = Valor futuro, monto inicial de un principal
A = Anualidad
S = Suma, acumulación (de anualidades), valor futuro de anualidades

1. Valor compuesto (valor futuro)= capitalización de un depósito/préstamo inicial

En un año se gana/paga

$$F_1 = P_0 + P_0(i)$$
$$= P_0(1+i)$$

Ejemplo:

P_o = $ 1,000, i = 10%, n=1
F_1 = $ 1,000 (1+.1) = $ 1,000

En dos años se gana/paga

$F_2 = F_1 * (1+i)$

F_2 = [$ 1,000(1+i)](1+1)

o sea,

$F_2 = P_o (1+i)\ (1+i)$

$$= P_0(1+i)^2$$

Ejemplo:

P_o = \$1,000; i=10%, n=2

$$F_2 = \$1{,}000(1+.1)^2 = \$1{,}210$$

$$F_3 = F_2(1+i)$$

$$F_3 = P_0(1+i)(1+i)(1+i)$$

$$F_3 = P_0(1+i)^3$$

Así, por extensión:

$$F_n = P_0(1+i)^n \qquad \text{(Ec. 1)}$$

P_o = \$ 1,000; i = 10%, n= 5

$$F^5 = \$1{,}000(1+i)^5$$

= \$ 1,610.50

Con las calculadoras y computadoras modernas esto es muy simple de calcular. Sin embargo, existen y aún se utilizan **tablas** especiales que resumen el factor $(1+i)^n$, naturalmente para varias tasas de interés y número de años. Llamaremos a este factor, FACTOR DE INTERES COMPUESTO (FIC), véase Tabla A-3. De esta manera el cálculo del valor de una suma queda reducido a:

$$F_n = P_0(FIC / i,n) \qquad \text{(Ec.2)}$$

Inversión Inicial * FACTOR DE INTERES COMPUESTO PARA UNA i y n DADOS.

Ejemplo:

P_o = \$ 1,000; i = 10%; n=5
(ejemplo anterior)

$F_5 =$ \$ 1,000 (1.6105) = \$ 1,610.50

FIC/10%, 5 años, Tabla A-3

2. Valor Presente de una cantidad futura

Esto es simplemente un problema inverso al de la parte I. Es decir, si sabemos el valor futuro de una cantidad, deseamos saber ¿cuál es su valor presente, equivalente, tomando en cuenta i (costo de oportunidad del dinero).

Despejando

P_o de la Ecuación 1:

$$P_0 = \frac{F_n}{(1+i)^n} = F_n \frac{1}{(1+i)^n} \qquad \text{(Ec. 3)}$$

Esto es precisamente lo que se denomina "descontar" una suma futura, para encontrar su valor presente, y es muy útil en la evaluación de proyectos, en donde se evalúan flujos **futuros** esperados.

Ejemplo:

$$P_0 = \frac{\$1,610.50}{(1+.10)^5} = \$1,000$$

Esto también se puede interpretar:

\$ 1,000 de hoy = \$ 1,610.50 en cinco años tomando como i el 10%

También existen Tablas que resumen el factor $\frac{1}{(1+i)^n}$. A este lo llamaremos FACTOR DE VALOR PRESENTE, FVP. Véase Tabla A-1, o sea el cálculo del valor presente reducido a una suma futura:[4]

$$P_o = F_n(FVP/i,n) \qquad \text{(Ec. 4)}$$

El valor presente de una cantidad se obtiene "descontando" el flujo futuro.

El flujo futuro **se multiplica** por el FACTOR DE VALOR PRESENTE para una i y una n dadas.

Ejemplo:

$$F_5 = \$1{,}610.50, i = 10\%, n = 5$$

(Ejemplo anterior)

$$P_0 = \$1{,}610.50(0.6209) = \$1{,}000$$

FACTOR DE VALOR PRESENTE(FVP)/10%, 5 años, Tabla A-1

---

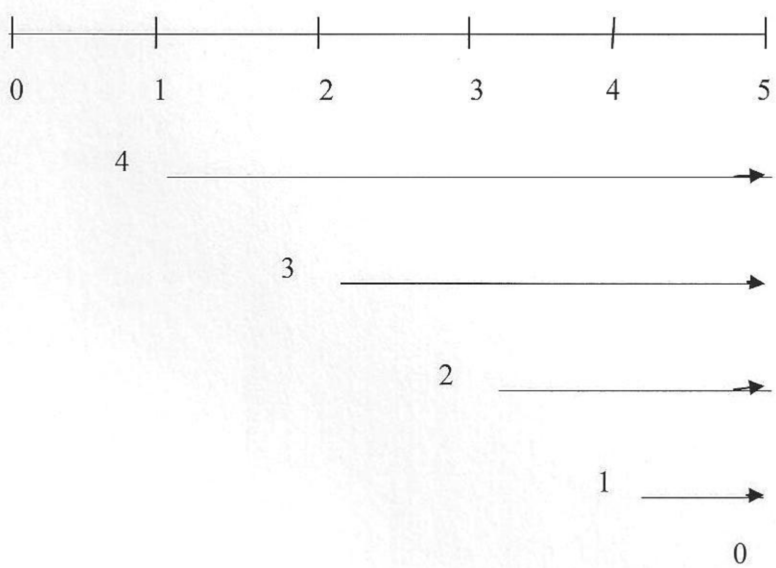
[4] Las Tablas pueden tomarse de cualquier texto de Fundamentos de Finanzas Corporativas. Un ejemplo Es Block y Hirt, Fundamentos de Finanzas Corporativas, México: McGraw Hill. (2006), Anexos A al D.

3. VALOR COMPUESTO DE UNA ANUALIDAD (montos fijos) DIFERIDA (pagos/recibos que tienen lugar al fin de año)

El problema es encontrar la capitalización de pagos/recibos anuales. Se parece al caso de la Parte II.1, pero aquí se hacen dichos pagos/recibos anualmente. Si recordamos en la Parte II.1, sólo se tenía una cantidad inicial a capitalizar.

Tomando como punto de partida las conceptualizaciones anteriores, tenemos:

$$S_A = A\left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \ldots + (1+i)^{1} + (1+i)^{o}\right] \qquad \text{(Ec. 5)}$$



$$S_A = A\sum_{1}^{n}(1+1)^{n-1}$$

Como existen tablas para las sumatorias de esta ecuación, el cálculo se reduce a:

$$= A\ (FICA/i,n) \qquad \text{(Ec. 6)}$$

|
FACTOR DE INTERES COMPUESTO DE ANUALIDADES PARA una i y n dados.
Tabla A-4.

Ejemplo:

A= $ 3,000; i= 12%; n=10

$$S_A = \underbrace{\$\ 3,000(17.548)}_{\text{FICA/12\%, 10 años}} = \$\ 52,644$$

4. VALOR PRESENTE DE UNA SERIE DE PAGOS/RECIBOS ANUALES.

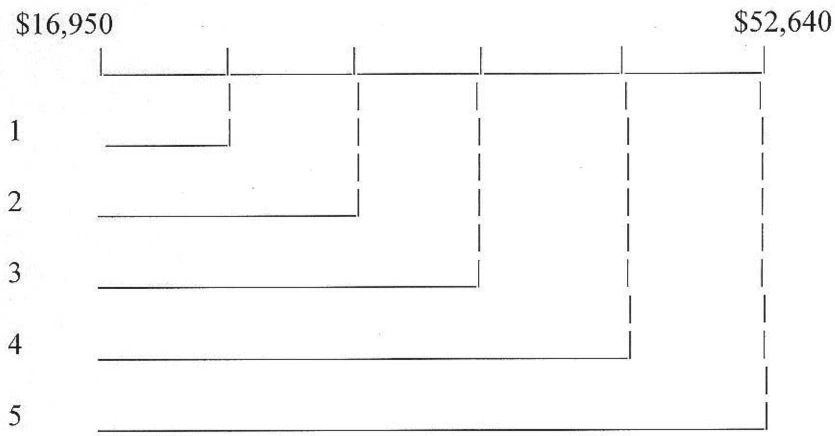
Aquí se trata de averiguar a qué cantidad global equivale en términos actuales una serie de pagos/recibos anuales, tomando en cuenta el costo de oportunidad del dinero.

En base a Parte II.1 a II.3, tenemos:

$$P_{oA} = A\left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(i+i)^2} + \dots \frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

$$= A\sum_{t=1}^{n} \frac{1}{(1+i)^t} \qquad \text{(Ec.7)}$$

o sea que "descontamos" las anualidades por i, para saber su valor presente.



FVPA/12%, 10 años

Los factores de la sumatoria se encuentran resumidos en tablas, por lo que el problema se simplifica a multiplicar A por el Factor de Valor Presente de Anualidades (FVPA). Véase Tabla A-2, o sea:

$$P_{oA} = A\,(FVPA,\ i,n) \qquad \text{(Ec. 8)}$$

Ejemplo:
A = \$ 3,000, i=12%, n=10 años

$$P_{oA} = \$\ 3,000(\underset{\text{FVPA/12\%, 10 años}}{\underbrace{5.6502}}) = \$\ 16,950.6$$

5. VALOR PRESENTE DE FLUJOS IRREGULARES.

Los pagos/recibos son anuales, pero no son en montos fijos. Para encontrar su valor presente la manera más fácil **es multiplicar** cada cantidad anual por el FVP correspondiente a cada año para una i dada. Así se determina el valor presente de cada cantidad anual. Luego pueden sumarse esos valores, para encontrar el valor presente (total) de los flujos esperados.