

# Cálculo de reacciones

## Vigas isostáticas

Dr. Jaime Retama Velasco

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Estudios Superiores Aragón  
Ingeniería Civil

Septiembre 2024

# Contenido I

## 1 **Viga simplemente apoyada**

- 1.1 Carga puntual al centro del claro
- 1.2 Carga uniformemente distribuida en todo el claro
- 1.3 Carga puntual desfasada del centro
- 1.4 Carga triangular en todo el claro
- 1.5 Momento puntual desfasado del centro del claro
- 1.6 Carga trapezoidal en todo el claro

## 2 **Viga en cantiliever**

- 2.1 Carga puntual en el extremo libre
- 2.2 Carga uniformemente distribuida en todo el claro
- 2.3 Carga uniformemente distribuida en parte del claro
- 2.4 Carga triangular en todo el claro
- 2.5 Momento puntual desfasado del centro del claro

## 3 **Viga semi-empotrada**

- 3.1 Carga puntual desfasada del centro del claro
- 3.2 Carga uniformemente distribuida en todo el claro

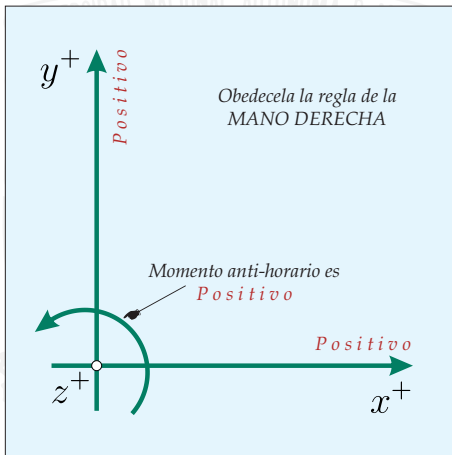
# Contenido II

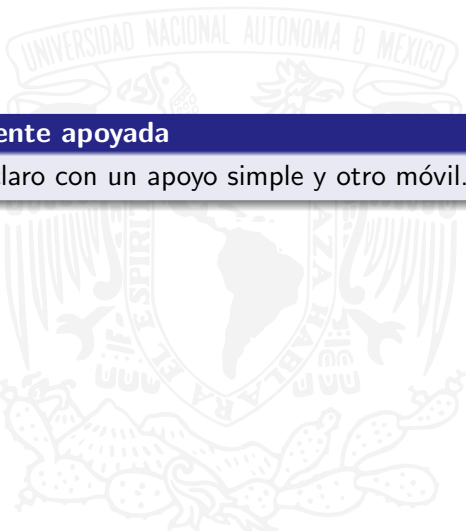
## 3.3 Carga trapezoidal en todo el claro



# Convención de signos de la ESTÁTICA

## Análisis de cuerpo rígido





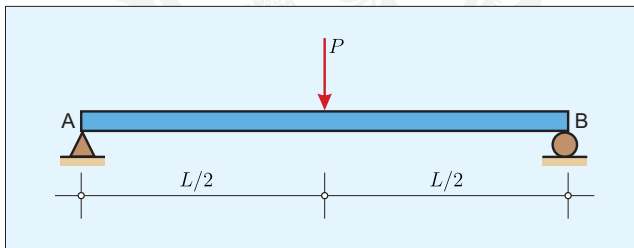
## 1. Viga simplemente apoyada

Vigas de un solo claro con un apoyo simple y otro móvil.

# Problema 1.1

## Viga simplemente apoyada. Carga puntual al centro del claro

Para la viga que se muestra a continuación, calcular las reacciones  $A_y$  y  $B_y$  mediante la aplicación de las ecuaciones de la estática.



**Figura:** Viga simplemente apoyada con carga puntual al centro del claro

# Problema 1.1

Viga simplemente apoyada. Carga puntual al centro del claro

Primer paso. Se dibuja el diagrama de cuerpo libre.

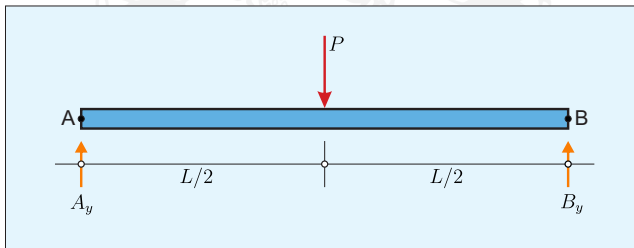


Figura: Diagrama de cuerpo libre

# Problema 1.1

Viga simplemente apoyada. Carga puntual al centro del claro

**Segundo paso.** Hacemos sumatoria de momentos alrededor del eje  $z$ ,

$$\sum M_B = -A_y L + P \frac{L}{2} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$A_y = \frac{P}{2}$$

**Tercer paso.** Para calcular  $B_y$ , hacemos

$$\sum F_y = A_y + B_y - P = 0 \quad \Rightarrow$$

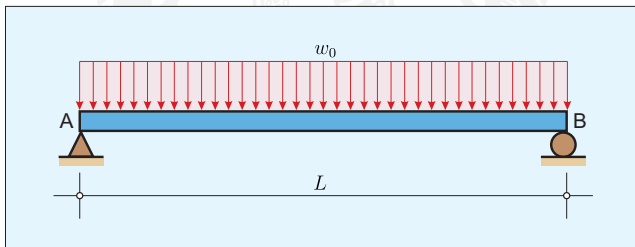
$$B_y = \frac{P}{2}$$



## Problema 1.2

Viga simplemente apoyada. Carga uniformemente distribuida en todo el claro

Para la viga que se muestra a continuación, calcular las reacciones  $A_y$  y  $B_y$  mediante la aplicación de las ecuaciones de la estática.



**Figura:** Viga simplemente apoyada con carga uniformemente distribuida en todo el claro

# Problema 1.2

Viga simplemente apoyada. Carga uniformemente distribuida en todo el claro

Primer paso. Se dibuja el diagrama de cuerpo libre.

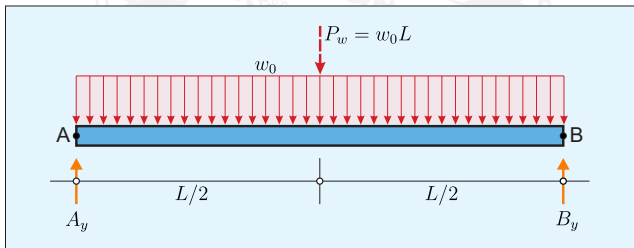


Figura: Diagrama de cuerpo libre

# Problema 1.2

Viga simplemente apoyada. Carga uniformemente distribuida en todo el claro

**Segundo paso.** Hacemos sumatoria de momentos alrededor del eje  $z$ ,

$$\sum M_B = -A_y L + P_w \frac{L}{2} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$A_y = \frac{w_0 L}{2}$$

**Tercer paso.** Para calcular  $B_y$ , hacemos

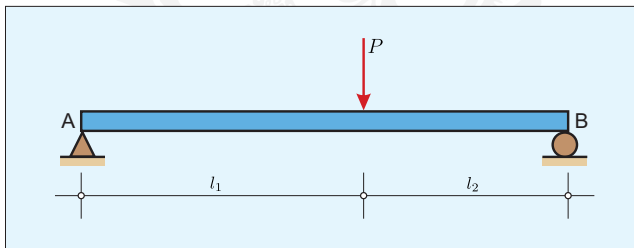
$$\sum F_y = A_y + B_y - P_w = 0 \quad \Rightarrow$$

$$B_y = \frac{w_0 L}{2}$$

# Problema 1.3

## Viga simplemente apoyada. Carga puntual desfasada del centro

Para la viga que se muestra a continuación, calcular las reacciones  $A_y$  y  $B_y$  mediante la aplicación de las ecuaciones de la estática.

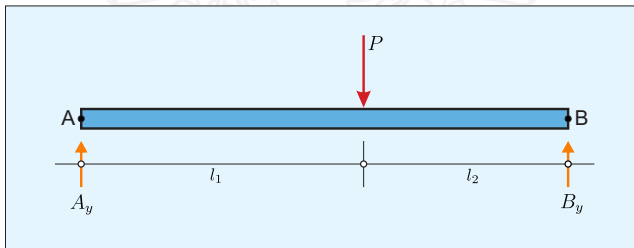


**Figura:** Viga simplemente apoyada con carga puntual desfasada del centro

# Problema 1.3

Viga simplemente apoyada. Carga puntual desfasada del centro

**Primer paso.** Se dibuja el diagrama de cuerpo libre.



**Figura:** Diagrama de cuerpo libre

$$L = l_1 + l_2$$

# Problema 1.3

Viga simplemente apoyada. Carga puntual desfasada del centro

**Segundo paso.** Hacemos sumatoria de momentos alrededor del eje  $z$ ,

$$\sum M_B = -A_y L + P l_1 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$A_y = \frac{P l_2}{L}$$

**Tercer paso.** Para calcular  $B_y$ , hacemos

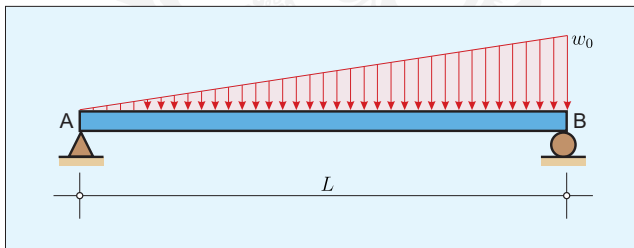
$$\sum F_y = A_y + B_y - P = 0 \quad \Rightarrow$$

$$B_y = \frac{P l_1}{L}$$

# Problema 1.4

## Viga simplemente apoyada. Carga triangular en todo el claro

Para la viga que se muestra a continuación, calcular las reacciones  $A_y$  y  $B_y$  mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio de la estática.



**Figura:** Viga simplemente apoyada con carga triangular en todo el claro

# Problema 1.4

Viga simplemente apoyada. Carga triangular en todo el claro

Primer paso. Se dibuja el diagrama de cuerpo libre.

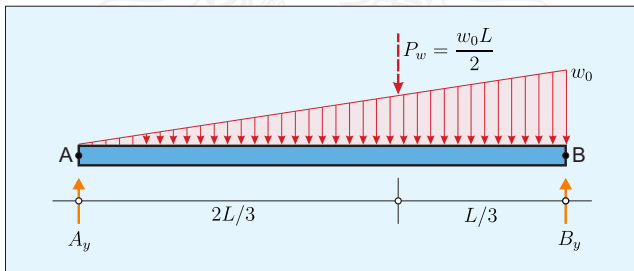


Figura: Diagrama de cuerpo libre



# Problema 1.4

Viga simplemente apoyada. Carga triangular en todo el claro

**Segundo paso.** Hacemos sumatoria de momentos alrededor del eje  $z$ ,

$$\sum M_B = -A_y L + P_w \frac{L}{3} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$A_y = \frac{w_0 L}{6}$$

**Tercer paso.** Para calcular  $B_y$ , hacemos

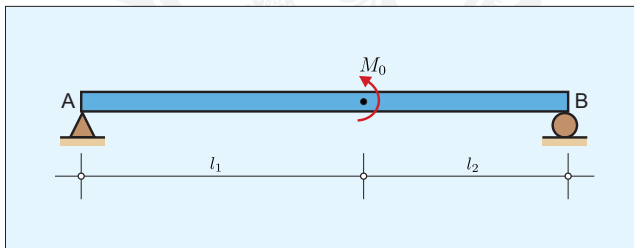
$$\sum F_y = A_y + B_y - P_w = 0 \quad \Rightarrow$$

$$B_y = \frac{w_0 L}{3}$$

# Problema 1.5

## Viga simplemente apoyada. Momento puntual desfasado del centro del claro

Para la viga que se muestra a continuación, calcular las reacciones  $A_y$  y  $B_y$  mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio de la estática.

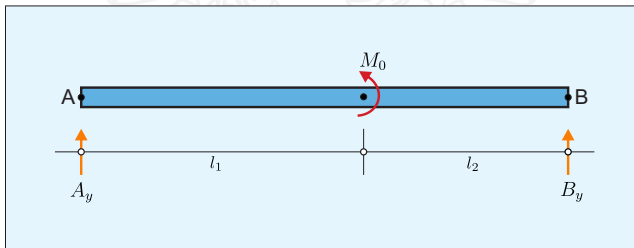


**Figura:** Viga simplemente apoyada con momento puntual desfasado

# Problema 1.5

Viga simplemente apoyada. Momento puntual desfasado del centro del claro

**Primer paso.** Se dibuja el diagrama de cuerpo libre.



**Figura:** Diagrama de cuerpo libre

$$L = l_1 + l_2$$

# Problema 1.5

Viga simplemente apoyada. Momento puntual desfasado del centro del claro

**Segundo paso.** Hacemos sumatoria de momentos alrededor del eje  $z$ ,

$$\sum M_B = -A_y L + M_0 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$A_y = \frac{M_0}{L}$$

**Tercer paso.** Para calcular  $B_y$ , hacemos

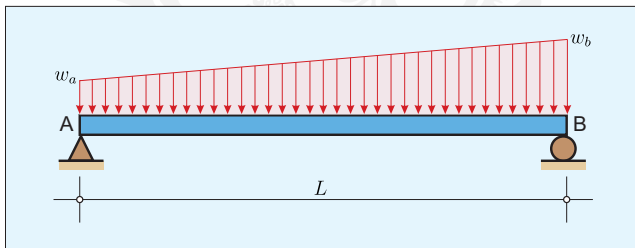
$$\sum F_y = A_y + B_y = 0 \quad \Rightarrow$$

$$B_y = -\frac{M_0}{L}$$

# Problema 1.6

## Viga simplemente apoyada. Carga trapezoidal en todo el claro

Para la viga que se muestra a continuación, calcular las reacciones  $A_y$  y  $B_y$  mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio de la estática.

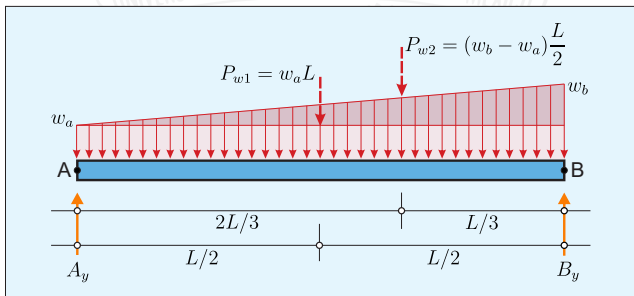


**Figura:** Viga simplemente apoyada con carga trapezoidal en todo el claro

# Problema 1.6

Viga simplemente apoyada. Carga trapezoidal en todo el claro

**Primer paso.** Se dibuja el diagrama de cuerpo libre.



**Figura:** Diagrama de cuerpo libre

Para facilitar el cálculo, se divide la carga trapezoidal, en una rectangular y otra triangular.

# Problema 1.6

Viga simplemente apoyada. Carga trapezoidal en todo el claro

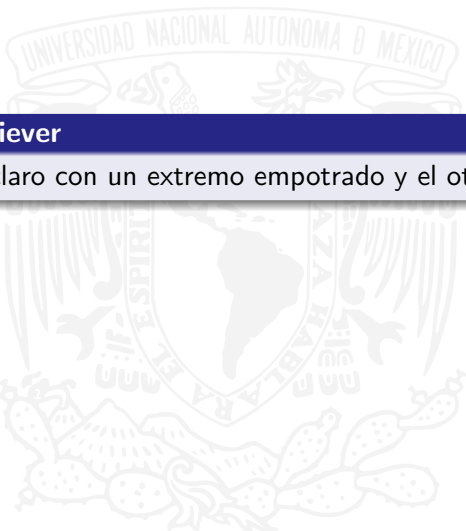
**Segundo paso.** Aplicamos el principio de superposición de causas y efectos. Las reacciones se obtienen al sumar los resultados de los problemas 2 y 4, *i.e.*,

$$A_y = \frac{w_a L}{2} + \frac{(w_b - w_a)L}{6} \Rightarrow$$

$$A_y = (2w_a + w_b) \frac{L}{6}$$

$$B_y = \frac{w_a L}{2} + \frac{(w_b - w_a)L}{3} \Rightarrow$$

$$B_y = (w_a + 2w_b) \frac{L}{6}$$



## 2. Viga en cantilever

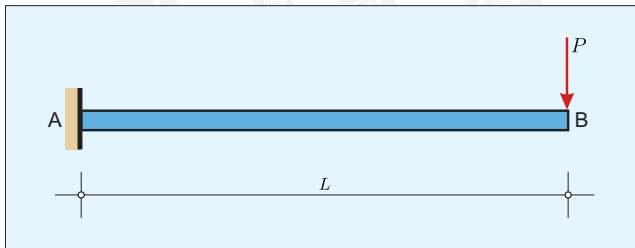
Vigas de un solo claro con un extremo empotrado y el otro libre.



# Problema 2.1

## Viga en cantilever. Carga puntual en el extremo libre

Para la viga que se muestra a continuación, calcular las reacciones  $A_y$  y  $M_A$  mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio de la estática.

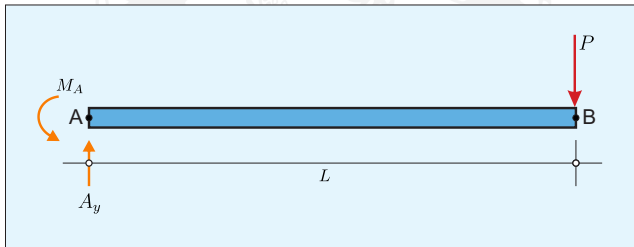


**Figura:** Viga en cantilever con carga puntual en el extremo libre

# Problema 2.1

Viga en cantilever. Carga puntual en el extremo libre

**Primer paso.** Se dibuja el diagrama de cuerpo libre.



**Figura:** Diagrama de cuerpo libre

# Problema 2.1

Viga en cantilever. Carga puntual en el extremo libre

**Segundo paso.** Hacemos sumatoria de fuerzas verticales en el eje  $y$ ,

$$\sum F_y = A_y - P = 0 \quad \Rightarrow$$

$$A_y = P$$

**Tercer paso.** Para calcular  $M_A$ , hacemos

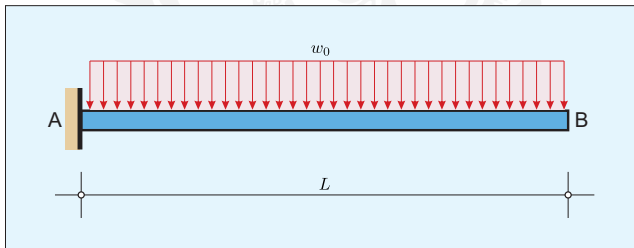
$$\sum M_B = -A_y L + M_A = 0 \quad \Rightarrow$$

$$M_A = PL$$

## Problema 2.2

Viga en cantilever. Carga uniformemente distribuida en todo el claro

Para la viga que se muestra a continuación, calcular las reacciones  $A_y$  y  $M_A$  mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio de la estática.



**Figura:** Viga en cantilever con carga uniformemente distribuida

# Problema 2.2

Viga en cantilever. Carga uniformemente distribuida en todo el claro

Primer paso. Se dibuja el diagrama de cuerpo libre.

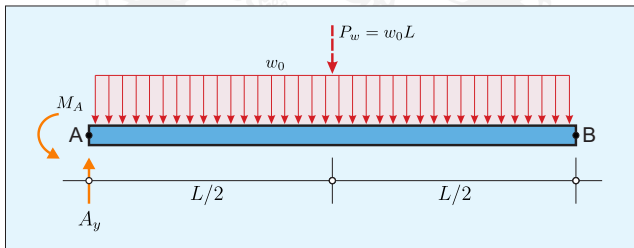


Figura: Diagrama de cuerpo libre

## Problema 2.2

Viga en cantilever. Carga uniformemente distribuida en todo el claro

**Segundo paso.** Hacemos sumatoria de fuerzas verticales en el eje  $y$ ,

$$\sum F_y = A_y - P_w = 0 \quad \Rightarrow$$

$$A_y = w_0 L$$

**Tercer paso.** Para calcular  $M_A$ , hacemos

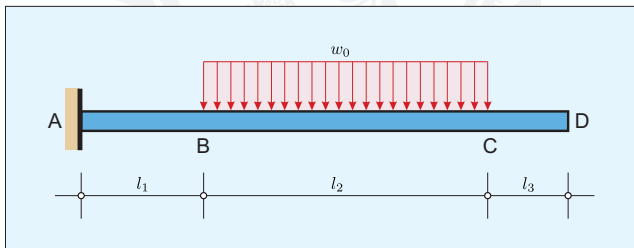
$$\sum M_A = -P_w \frac{L}{2} + M_A = 0 \quad \Rightarrow$$

$$M_A = \frac{w_0 L^2}{2}$$

## Problema 2.3

Viga en cantilever. Carga uniformemente distribuida en parte del claro

Para la viga que se muestra a continuación, calcular las reacciones  $A_y$  y  $M_A$  mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio de la estática.



**Figura:** Viga en cantilever con carga uniformemente distribuida en parte del claro

## Problema 2.3

Viga en cantilever. Carga uniformemente distribuida en parte del claro

Primer paso. Se dibuja el diagrama de cuerpo libre.

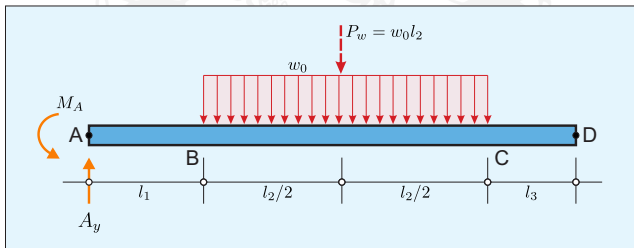


Figura: Diagrama de cuerpo libre



## Problema 2.3

Viga en cantilever. Carga uniformemente distribuida en parte del claro

**Segundo paso.** Hacemos sumatoria de fuerzas verticales en el eje  $y$ ,

$$\sum F_y = A_y - P_w = 0, \quad \Rightarrow$$

$$A_y = w_0 l_2$$

**Tercer paso.** Para calcular  $M_A$ , hacemos

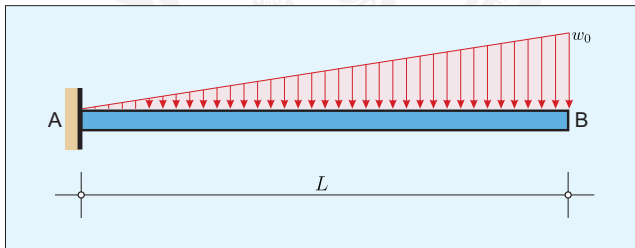
$$\sum M_A = -P_w \left( l_1 + \frac{l_2}{2} \right) + M_A = 0, \quad \Rightarrow$$

$$M_A = w_0 l_2 \left( l_1 + \frac{l_2}{2} \right)$$

## Problema 2.4

Viga en cantilever. Carga triangular en todo el claro

Para la viga que se muestra a continuación, calcular las reacciones  $A_y$  y  $M_A$  mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio de la estática.



**Figura:** Viga en cantilever con carga triangular en todo el claro

# Problema 2.4

Viga en cantilever. Carga triangular en todo el claro

Primer paso. Se dibuja el diagrama de cuerpo libre.

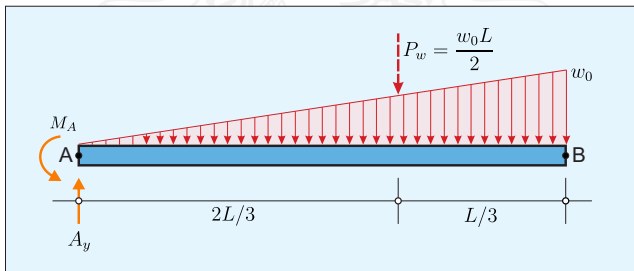


Figura: Diagrama de cuerpo libre

## Problema 2.4

Viga en cantilever. Carga triangular en todo el claro

**Segundo paso.** Hacemos sumatoria de fuerzas verticales en el eje  $y$ ,

$$\sum F_y = A_y - P_w = 0, \quad \Rightarrow$$

$$A_y = \frac{w_0 L}{2}$$

**Tercer paso.** Para calcular  $M_A$ , hacemos

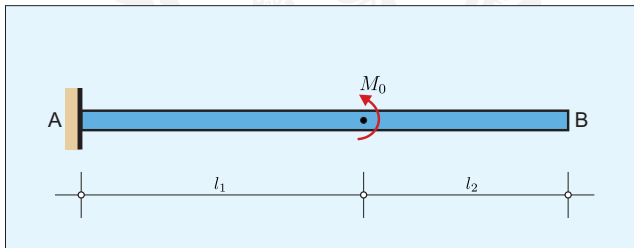
$$\sum M_A = -P_w \frac{2L}{3} + M_A = 0, \quad \Rightarrow$$

$$M_A = \frac{w_0 L^2}{3}$$

## Problema 2.5

### Viga en cantilever. Momento puntual desfasado del centro del claro

Para la viga que se muestra a continuación, calcular las reacciones  $A_y$  y  $M_A$  mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio de la estática.

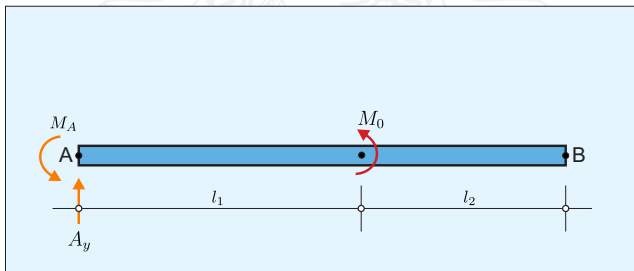


**Figura:** Viga en cantilever con momento puntual desfasado del centro del claro

# Problema 2.5

Viga en cantilever. Momento puntual desfasado del centro del claro

**Primer paso.** Se dibuja el diagrama de cuerpo libre.



**Figura:** Diagrama de cuerpo libre

## Problema 2.5

Viga en cantilever. Momento puntual desfasado del centro del claro

**Segundo paso.** Hacemos sumatoria de fuerzas verticales en el eje  $y$ ,

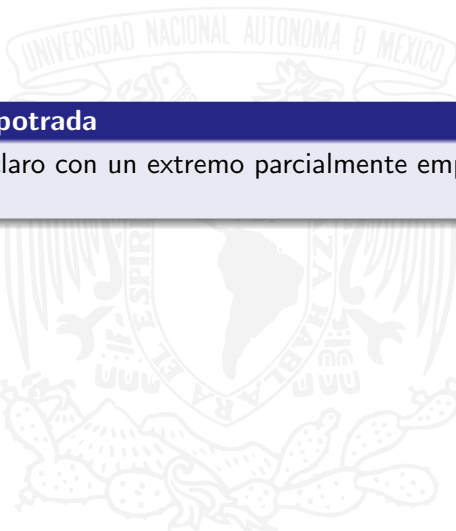
$$\sum F_y = A_y = 0, \quad \Rightarrow$$

$$A_y = 0$$

**Tercer paso.** Para calcular  $M_A$ , hacemos

$$\sum M_A = M_A + M_0 = 0, \quad \Rightarrow$$

$$M_A = -M_0$$



### 3. Viga semi-empotrada

Vigas de un solo claro con un extremo parcialmente empotrado y el otro libre.

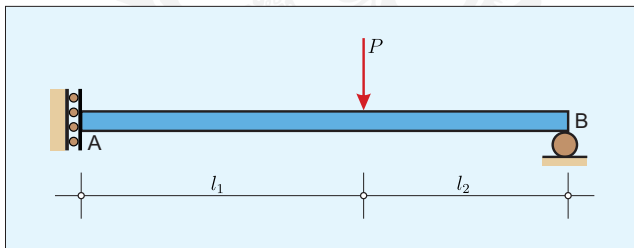




# Problema 3.1

## Viga semi-empotrada. Carga puntual desfasada del centro del claro

Para la viga que se muestra a continuación, calcular las reacciones  $M_A$  y  $B_y$  mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio de la estática.



**Figura:** Viga semi-empotrada con carga puntual desfasada del centro del claro

# Problema 3.1

Viga semi-empotrada. Carga puntual desfasada del centro del claro

Primer paso. Se dibuja el diagrama de cuerpo libre.

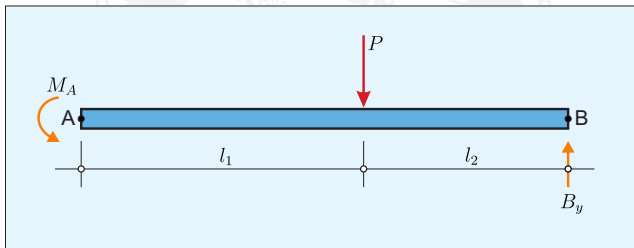


Figura: Diagrama de cuerpo libre

# Problema 3.1

Viga semi-empotrada. Carga puntual desfasada del centro del claro

**Segundo paso.** Hacemos sumatoria de fuerzas verticales en el eje  $y$ ,

$$\sum F_y = B_y - P = 0, \quad \Rightarrow$$

$$B_y = P$$

**Tercer paso.** Para calcular  $M_A$ , hacemos

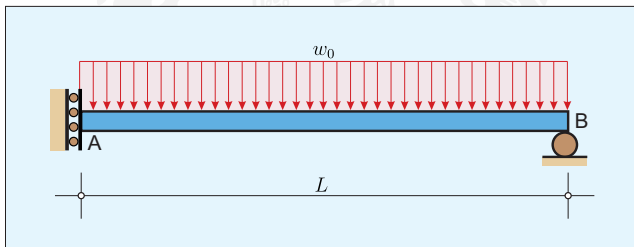
$$\sum M_B = M_A + Pl_2 = 0, \quad \Rightarrow$$

$$M_A = -Pl_2$$

## Problema 3.2

Viga semi-empotrada. Carga uniformemente distribuida en todo el claro

Para la viga que se muestra a continuación, calcular las reacciones  $M_A$  y  $B_y$  mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio de la estática.



**Figura:** Viga semi-empotrada con carga uniformemente distribuida en todo el claro

## Problema 3.2

Viga semi-empotrada. Carga uniformemente distribuida en todo el claro

Primer paso. Se dibuja el diagrama de cuerpo libre.

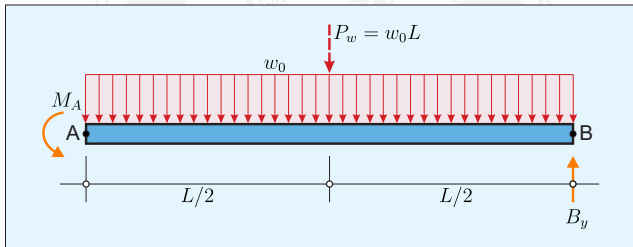


Figura: Diagrama de cuerpo libre

## Problema 3.2

Viga semi-empotrada. Carga uniformemente distribuida en todo el claro

**Segundo paso.** Hacemos sumatoria de fuerzas verticales en el eje  $y$ ,

$$\sum F_y = B_y - P_w = 0, \quad \Rightarrow$$

$$B_y = w_0 L$$

**Tercer paso.** Para calcular  $M_A$ , hacemos

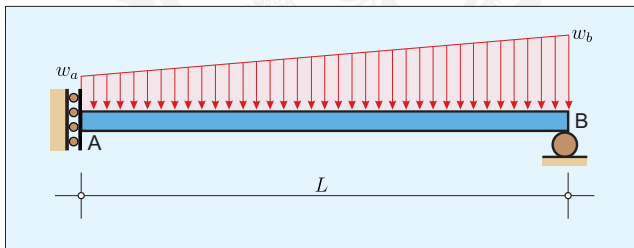
$$\sum M_B = M_A + P_w \frac{L}{2} = 0, \quad \Rightarrow$$

$$M_A = -w_0 \frac{L^2}{2}$$

## Problema 3.3

### Viga semi-empotrada. Carga trapezoidal en todo el claro

Para la viga que se muestra a continuación, calcular las reacciones  $M_A$  y  $B_y$  mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio de la estática.



**Figura:** Viga en cantiliever con carga trapezoidal en todo el claro

# Problema 3.3

Viga semi-empotrada. Carga trapezoidal en todo el claro

Primer paso. Se dibuja el diagrama de cuerpo libre.

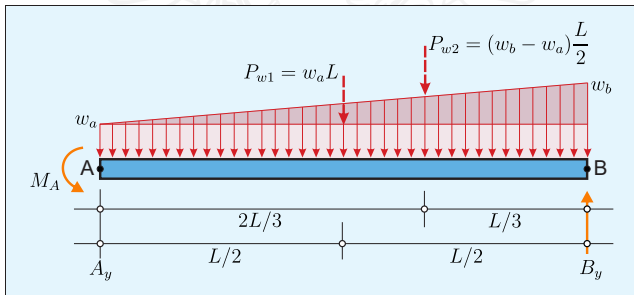


Figura: Diagrama de cuerpo libre



## Problema 3.3

Viga semi-empotrada. Carga trapezoidal en todo el claro

**Segundo paso.** Hacemos sumatoria de fuerzas verticales en el eje  $y$ ,

$$\sum F_y = B_y - P_{w1} - P_{w2} = 0, \quad \Rightarrow$$

$$B_y = (w_a + w_b) \frac{L}{2}$$

**Tercer paso.** Para calcular  $M_A$ , hacemos

$$\sum M_B = M_A + P_{w1} \frac{L}{2} + P_{w2} \frac{L}{3} = 0, \quad \Rightarrow$$

$$M_A = -(2w_a + w_b) \frac{L^2}{6}$$